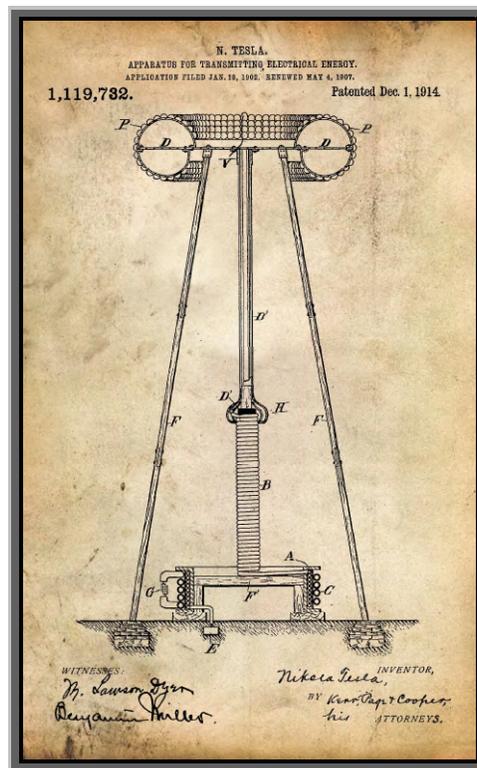


LA BOBINE DE TESLA

Christopher Gerekos,
Étudiant en BA2 Sciences Physiques.



*"Let the future tell the truth and evaluate each one according to his work and accomplishments.
The present is theirs; the future, for which I really worked, is mine."*

-Nikola Tesla

Remerciements

Cette bobine de Tesla n'aurait jamais vu le jour sans l'intervention de mon ami Mael Flament, ancien étudiant à l'ULB aujourd'hui étudiant à l'université de Hawaii, qui fut l'initiateur de cette idée et qui m'a appris (entre autres) les bases de l'ingénierie électrique et de la construction.

Je remercie également Kevin Wilson, créateur du programme *TeslaMap* et du site web *Tesla Coil Design, Construction and Operation Guide*ⁱ, qui furent mes principaux guides dans la conception de la bobine. Nos nombreux échanges par e-mail ont été d'une grande richesse.

Merci à Thomas Vandermergel pour sa participation au Printemps des Sciences et à Jean-Louis Colot pour sa guidance et ses superbes clichés de Zeus.

J'exprime aussi toute ma gratitude envers ma famille pour leurs coups de main ponctuels et leur soutien infaillible.

i. Repris dans la [Bibliographie](#).

Table des matières

1	Introduction	1
2	Le projet Zeus	3
3	Théorie de fonctionnement	5
3.1	Rappels de base	5
3.1.1	La résistance	5
3.1.2	Le condensateur	6
3.1.3	L'inductance	6
3.1.4	L'impédance	7
3.2	Circuit LC	8
3.2.1	Impédance	12
3.2.2	Fréquence de résonance	13
3.2.3	Circuit RLC	14
3.3	Fonctionnement de la bobine de Tesla	15
3.3.1	Description d'un cycle	16
3.3.2	Transformation du voltage	19
3.3.3	Comparaison avec le transformateur à induction	20
3.3.4	Distribution de la capacité dans le circuit secondaire	21
3.3.5	Influence du couplage	22
3.3.6	Un mot sur le transmetteur à trois bobines	23
3.4	Antenne quart-d'onde	24
3.4.1	Description du cas spécifique à la bobine de Tesla	24
4	Conception et construction	26
4.1	Transformateur HV	26
4.1.1	Longueur des arcs	28
4.2	Circuit primaire	29
4.2.1	Condensateur	29
4.2.2	Charge à résonance	36
4.2.3	Inductance	38
4.3	Éclateur	43
4.4	Circuit secondaire	46
4.4.1	Bobine	46
4.4.2	Charge terminale	49
4.5	Mise à résonance	52
4.6	Terre RF	53
4.7	Autres composants	54

4.7.1	Filtre de protection du NST	54
4.7.2	Condensateur PFC	56
4.7.3	Filtre anti-IEM de protection de la ligne	57
4.8	Touche finale	58
5	Nikola Tesla, un esprit en avance sur son temps.	59
A	Caractéristiques de la bobine de Tesla	62
B	Comportement du signal dans le secondaire	65
C	Analyse du circuit RLC	67
D	Analyse de deux circuits oscillants inductivement couplés	69
D.1	Deux circuits LC couplés	69
D.2	Deux circuits RLC couplés	72
	Références	77
	Bibliographie	79

Chapitre 1

Introduction

L'appareil que l'on nomme de nos jours "bobine de Tesla" est probablement l'invention la plus célèbre de Nikola Tesla. Sur le brevet qu'il déposé en 1914 à l'*US Patent & Trademark Office*, elle portait le nom de "Appartus for transmitting electrical energy"ⁱ

Nikola Tesla est né le 10 juillet 1856 dans un village Serbe de l'empire Autrichien (dans l'actuelle Croatie) et décéda le 7 janvier 1943 aux États-Unis [1].

Il n'est pas exagéré de dire qu'il fut un visionnaire qui changea la face du monde. Avec ses travaux sur le courant alternatif, qui incluent de nombreux brevets sur des générateurs, transformateurs et autres turbines, il permit la distribution à grande échelle de l'électricité telle qu'on la connaît aujourd'hui.

Il fut en outre un pionnier de la télécommunication par ondes radio ; la bobine de Tesla étant en réalité une des toutes premières tentative d'antenne radio. Les circuits qui la composent sont fondamentalement les mêmes que ceux qui équipent les appareils sans fil de nos jours.

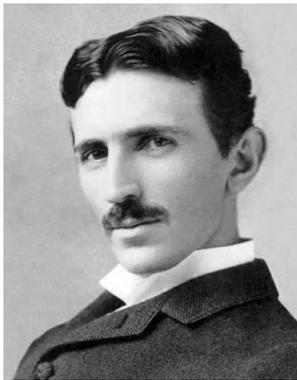


FIGURE 1.1 – Nikola Tesla en 1890.

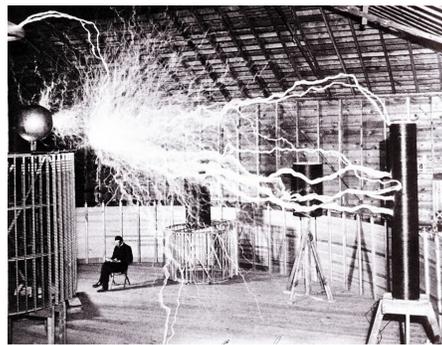


FIGURE 1.2 – Son premier laboratoire à Colorado Springs. [Images : Wikimedia Commons]

i. L'image en couverture représente le schéma associé à ce brevet. Repris dans la [Bibliographie](#).

Structure du document

Ce document traite tant de la théorie générale concernant les bobines de Tesla que du fonctionnement spécifique de chacun de ses composants. Il relate également les différentes étapes de la construction de ma première bobine, Zeus.

Nous nous intéresserons ici uniquement à la bobine de Tesla conventionnelle à éclateur et à deux circuits ("Spark Gap Tesla Coil", SGTC). En effet, Nikola Tesla a par la suite conçu un "magnifying transmitter", qui comporte trois bobines au lieu de deux et dont le fonctionnement est un peu plus complexe. Nous en énoncerons toutefois les grandes lignes. En outre, il existe également des bobines de Tesla contrôlées par semi-conducteurs, appelées "Solid State Tesla Coil" (SSTC). Bien que structurellement différentes, elles partagent les mêmes bases théoriques que la bobine conventionnelle.

Pour ce document, il est conseillé de connaître au préalable les concepts fondamentaux de l'électromagnétisme et du courant alternatifⁱⁱ, ainsi que le traitement des équations différentielles.

Licence

Cette oeuvre est mise à disposition selon les termes de la *Licence Creative Commons - Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 non transposé*. Pour consulter une copie de cette licence, voir <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> ou envoyez une lettre à *Creative Commons, 444 Castro Street, Suite 900, Mountain View, California, 94041, USA*.

Sauf mention contraire, les illustrations sont également de l'auteur.

ii. *All About Circuits* (<http://www.allaboutcircuits.com>) est une excellente ressource en ligne. Les volumes I et II couvrent largement la partie "ingénierie" des prérequis cités ci-dessus.

Chapitre 2

Le projet Zeus

Cette bobine de Tesla a été présentée au *Printemps des Sciences 2012* et se trouve actuellement à l'Expérimentarium de Physique de l'ULB. Elle a été baptisée **Zeus** (Ζεὺς en grec ancien ou Δίας en grec moderne); en hommage au dieu grec, roi des Olympiens et notablement représenté lançant des bâtons de foudre.

Sa puissance est de 225 W, ce qui est assez faible par rapport aux bobines construites par des professionnels qui dépassent facilement plusieurs milliers de Watts. C'est cependant une puissance appréciable compte tenu du petit budget alloué.



FIGURE 2.1 – La Tesla Zeus.

La construction de Zeus ne fut pas un travail aisé et presque tous les composants ont dû être reconstruits au moins deux fois. Cela me permit toutefois d'acquiescer une première expérience dans le domaine des hauts voltages, ce qui fut probablement la meilleure récompense que m'apporta ce projet.



FIGURE 2.2 – De beaux éclairs. Poses de 1 s [Images : Jean-Louis Colot].

Chapitre 3

Théorie de fonctionnement

Ce chapitre s'intéresse à la description de la théorie du fonctionnement des bobines de Tesla en général. Introduisons pour l'instant cette courte définition :

Une bobine de Tesla est un appareil produisant un courant à très haute tension, de haute fréquence et de relativement basse intensité.

Elle peut se voir à la fois comme un transformateur et une antenne radio. Une bobine de Tesla diffère toutefois radicalement d'un transformateur classique.

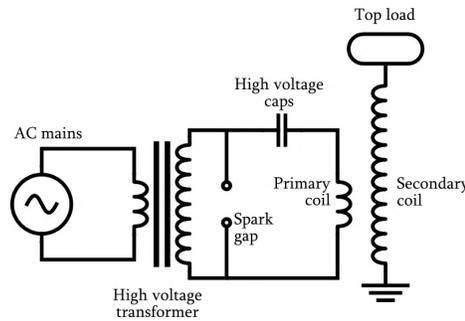


FIGURE 3.1 – Schéma de principe basique d'une bobine de Tesla. [Image : Wikipedia]

3.1 Rappels de base

3.1.1 La résistance

Une résistance est un composant s'opposant au passage d'un courant électrique.

Tout conducteur est caractérisé par une certaine résistanceⁱ. Si on applique une différence de potentiel V aux bornes d'une résistance, le courant I qui la traversera sera donné par

$$I = \frac{V}{R}$$

(3.1)



FIGURE 3.2 – Symbole d'une résistance.

Cette formule porte le nom de *Loi d'Ohm*ⁱⁱ. L'unité de résistance est l'Ohm [Ω].

i. A l'exception notable des supraconducteur, dont la résistance est strictement nulle.
ii. Georg Simon Ohm : physicien allemand, 1789-1854.

On peut montrer que la puissance P (en J/s) dissipée dans une résistance est égale à

$$P = VI = RI^2 \quad (3.2)$$

3.1.2 Le condensateur

Un condensateur est un dispositif pouvant emmagasiner l'énergie du champs électrique.

Plus concrètement, il s'agit d'un composant formé de deux électrodes séparées par un diélectrique. Lorsque ces deux électrodes sont soumis à une différence de potentiel V , des charges vont s'accumuler sur ces électrodes : une charge Q sur l'électrode positive et une charge $-Q$ sur l'électrode négative. Un champ électrique apparait donc entre celles-ci. En supposant que les deux électrodes portent la même charge, nous pouvons écrire

$$Q = CV \quad (3.3)$$

L'unité de capacité est le Farad ⁱⁱⁱ [F].

L'énergie E stockée dans un condensateur vaut (en Joules)

$$E = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 \quad (3.4)$$

où l'on remarque la dépendance en la charge Q , ce qui montre bien que l'énergie est celle du champ électrique. Cet énergie correspond au travail à fournir contre le champs électrique pour placer les charges sur les électrodes.

3.1.3 L'inductance

Une inductance est un dispositif permettant de stocker l'énergie du champ magnétique.

Tout circuit électrique est caractérisé par une certain inductance. Lorsqu'un courant circule dans un circuit, il génère un champ magnétique \mathbf{B} caractérisé par la loi de Maxwell-Ampère ^{iv} :

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (3.5)$$

où \mathbf{E} est le champs électrique et \mathbf{J} la densité de courant. L'auto-inductance d'un circuit mesure sa propension à s'opposer à un changement de courant : lorsque le courant change, le flux du champ magnétique Φ_B à travers le circuit change, ce qui provoque l'apparition d'une "force électromotrice" ^v \mathcal{E} qui s'oppose à ce changement. Celle-ci est donnée par :

$$\mathcal{E} = -\frac{\partial \Phi_b}{\partial t} \quad (3.6)$$

L'inductance L d'un circuit se définit alors comme suit :

$$V = L \frac{\partial I}{\partial t} \quad (3.7)$$

iii. Michael Faraday : physicien et chimiste britannique, 1791-1867.

iv. James Clerk Maxwell, physicien et mathématicien écossais, 1831-1879. André-Marie Ampère, physicien et mathématicien français, 1755-1836.

v. Ce n'est pas réellement une force, vu que les unités de \mathcal{E} sont des Volts. Le fait est qu'on ne peut pas parler de différence de potentiel entre deux points puisque le courant circule "tout seul", i.e. sans générateur de tension matériel.

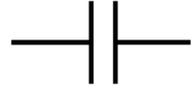


FIGURE 3.3 – Symbole d'un condensateur.



FIGURE 3.4 – Symbole d'une inductance.

où $I(t)$ est le courant circulant dans le circuit et V la force électromotrice qu'une modification de ce courant provoquera. L'inductance se mesure en Henrys^{vi} [H].

L'énergie E (en Joules) stockée dans une inductance est égale à

$$E = \frac{1}{2}LV = \frac{1}{2}LI^2 \quad (3.8)$$

où la dépendance en le courant I montre que cette énergie est d'origine magnétique. Il s'agit du travail à fournir contre la force électromotrice pour établir ce courant dans le circuit.

3.1.4 L'impédance

L'impédance d'un composant exprime sa résistance à un courant alternatif (i.e. sinusoïdal). Cette grandeur généralise la notion de résistance. En effet, lorsque nous avons un courant alternatif, un composant peut agir à la fois sur l'amplitude et la phase du courant.

Expression du courant alternatif.

Il est commode d'utiliser le plan complexe pour représenter l'impédance, le passage d'une représentation à l'autre s'effectue avec la formule d'Euler. Notons que l'utilisation des nombres complexes est un simple artifice mathématique et n'a pas de signification physique. Exprimons à présent la forme générale du voltage $V(t)$ et du courant $I(t)$:

$$V(t) = V_0 \cdot \cos(\omega t + \phi_V) \quad \Leftrightarrow \quad V(t) = V_0 \cdot \operatorname{Re} \left\{ e^{j(\omega t - \phi_V)} \right\} \quad (3.9)$$

$$I(t) = I_0 \cdot \cos(\omega t + \phi_I) \quad \Leftrightarrow \quad I(t) = I_0 \cdot \operatorname{Re} \left\{ e^{j(\omega t - \phi_I)} \right\} \quad (3.10)$$

où V_0 et I_0 représentent les amplitudes, $\omega = 2\pi\nu$ la vitesse angulaire (supposée identique pour les deux grandeurs) et ϕ le déphasage.

Définition de l'impédance.

L'impédance, généralement notée Z , se compose ainsi d'une partie réelle, la résistance R , et d'une partie imaginaire, la réactance notée X :

$$Z = R + jX \quad (\text{forme cartésienne}) \quad (3.11)$$

$$= |Z|e^{j\theta} \quad (\text{forme polaire}) \quad (3.12)$$

où j représente l'unité imaginaire, i.e. $j^2 = -1$, l'angle θ la différence de phase entre le voltage et le courant, et $|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$ est la norme euclidienne de Z dans le plan complexe.

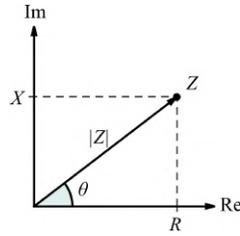
Nous pouvons à ce point généraliser la loi d'Ohm (3.1) :

$$V(t) = Z \cdot I(t) \quad (3.13)$$

Lorsque le composant n'agit que sur l'amplitude, autrement dit lorsque $X = 0$, la partie imaginaire disparaît et nous trouvons $Z = R$. Il s'agit en effet là du comportement d'une résistance. Le composant est dit *purement résistif*. Nous retompons bien sur la loi d'Ohm du courant continu.

Lorsque que le composant n'agit que sur la phase, c'est-à-dire $R = 0$, il ne reste que la partie imaginaire. Cela traduit le comportement des condensateurs et des inductances "parfaits".

vi. Joseph Henry : physicien américain, 1797-1878.

FIGURE 3.5 – L'impédance Z représentée dans le plan complexe. [Image : Wikipedia]

Impédance des composants.

Nous pouvons associer une impédance à chaque type de composant.

Composant	Impédance	Effet sur un signal alternatif
Résistance	$Z = R$	Diminution de l'amplitude (courant et tension).
Condensateur	$Z = \frac{1}{jC\omega}$	Tension en retard de $\pi/2$ sur le courant.
Inductance	$Z = jL\omega$	Courant en retard de $\pi/2$ sur la tension.

Ces formules se retrouvent facilement avec la description différentielle de ces composants. Pour toute combinaison de ces composants, on peut déterminer le déphasage entre le courant et la tension par addition vectorielle des impédances (par exemple dans un circuit RC, ce déphasage sera inférieur à $\pi/2$).

Enfin, il est bon de garder à l'esprit que n'importe quel composant réel possède une impédance dont les composants résistives et réactives sont non-nulles. Même le plus simple des circuits, un fil électrique connecté à un générateur, possède une capacité, une inductance et une résistance, si petites soient-elles.

3.2 Circuit LC

Un circuit LC est composé d'un condensateur C et d'une inductance L connectés en parallèle ou en série à un générateur de tension alternatif. La compréhension de ce circuit est à la base du fonctionnement de la bobine de Tesla, c'est pourquoi nous nous livrons à son analyse.

Les circuits primaires et secondaires d'une bobine de Tesla sont tous les deux des circuits LC en série ^{vii}, et magnétiquement couplés à un certain degré. Nous ne regardons donc que le cas du circuit LC en série.

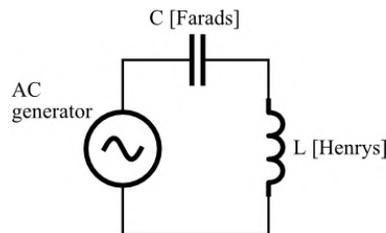


FIGURE 3.6 – Schéma électrique d'un circuit LC en série.

Nous utilisons la loi de Kirchoff pour la tension, qui stipule que la somme des tensions le long d'une boucle vaut zéro, en faisant la distinction entre les tensions négatives (composants) et les tensions positives

vii. Bien entendu, ce sont en réalité des circuits RLC, dont nous reparlerons, puisque les connexions ont une certaine résistance. Toutefois, les matériaux utilisés ainsi que la section des conducteurs font que la contribution résistive est négligeable, de sorte qu'on puisse considérer en bonne approximation que les circuits réels se comportent comme des circuits LC.

(générateur). Quant à la loi de Kirchoff pour le courant, elle stipule simplement que les courants dans l'inductance et le condensateur sont égaux. Nous avons donc

$$V_{gen}(t) = V_L(t) + V_C(t) \quad (3.14)$$

Pour l'inductance, nous reprenons l'égalité (3.7) et exprimons la dérivée temporelle du courant en termes de la charge selon $I = \frac{dQ}{dt}$. Nous trouvons donc :

$$V_L(t) = L \frac{dI}{dt} \quad (3.15)$$

$$= L \frac{d^2Q}{dt^2} \quad (3.16)$$

Quant au condensateur, nous isolons la charge Q dans l'égalité (3.3). Nous trouvons :

$$V_C(t) = \frac{1}{C}Q(t) \quad (3.17)$$

En injectant ces deux résultats dans (3.14), nous trouvons :

$$\boxed{V_{gen}(t) = L\ddot{Q} + \frac{1}{C}Q} \quad (3.18)$$

Nous reconnaissons là une équation du même type que celle décrivant un oscillateur harmonique (non-amorti) à forçage temporel ! L'inductance L s'assimile à la masse de l'oscillateur : un circuit de grande inductance aura beaucoup "d'inertie". Quant à l'inverse de la capacité C^{-1} , elle s'assimile à la constante de rappel du ressort. Enfin, le générateur alternatif s'assimile à la force qui entraîne l'oscillateur.

Solution homogène.

L'équation homogène, c'est-à-dire sans terme indépendant (ici, sans générateur), est la suivante :

$$L\ddot{Q} + \frac{1}{C}Q = 0 \quad (3.19)$$

Cette équation correspond donc à une situation réelle : le condensateur est chargé et on laisse le système évoluer. L'analogie mécanique avec l'oscillateur correspond à l'état initial où le ressort est tendu et où le système n'est soumis à aucune autre force ^{viii}.

Nous trouvons la solution à l'équation homogène avec la méthode du polynôme caractéristique. Nous obtenons une somme d'exponentielle complexe, ce qui indique bien une solution oscillante :

$$Q(t) = K_1 e^{j\omega t} + K_2 e^{-j\omega t} \quad (3.20)$$

où nous avons posé $\omega \equiv 1/\sqrt{LC}$.

Si on pose $Q(0) \equiv Q_0$ et $Q'(0) = I(0) \equiv 0$, ce qui correspond bien à la condition initiale du condensateur chargé que l'on s'apprête à laisser aller, nous trouvons les constantes d'intégrations :

$$\frac{K_1}{2} = Q_0 = \frac{K_2}{2} \quad (3.21)$$

Nous voulons à présent exprimer la partie réelle de $Q(t)$, mais compte tenu de (3.21) la solution devient directement réelle et nous avons :

$$\boxed{Q(t) = Q_0 \cos(\omega t) = Q_0 \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)} \quad (3.22)$$

viii. L'équation (3.19) possède bien entendu la solution triviale $Q(t) = 0 \forall t$, mais celle-ci ne nous intéresse pas.

Nous trouvons le courant dans l'inductance en dérivant la charge contenue dans le condensateur par rapport au temps :

$$I(t) = -\frac{Q_0}{\sqrt{LC}} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) \quad (3.23)$$

La figure suivante permet de se faire une bonne idée de ce qui se passe dans le circuit. Nous regardons le voltage $V(t)$ aux bornes du condensateur ainsi que le courant $I(t)$ qui passe dans l'inductance (en fait, dans le circuit entier). Pour simplifier, nous considérons ici que les constantes Q_0 , L et C sont égales à l'unité.

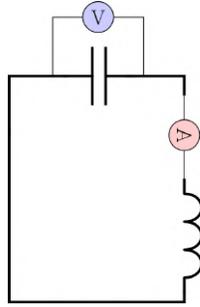


FIGURE 3.7 – Circuit LC muni d'un voltmètre et d'un ampèremètre.

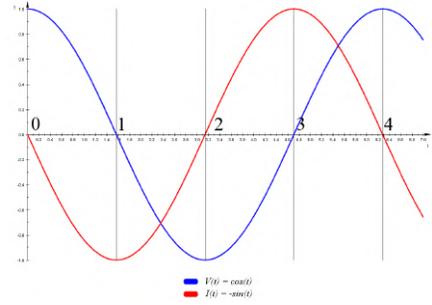


FIGURE 3.8 – Graphique du voltage et de la tension en fonction du temps.

Étape 0 : À l'instant initial, le condensateur est complètement chargé et aucun courant ne circule. Peu après, le condensateur commence à se décharger : la tension baisse et un courant apparaît dans le circuit.

Étape 1 : Lorsque le condensateur est totalement déchargé, la tension à ses bornes est nulle. En l'absence d'inductance, les choses s'arrêteraient là (plus aucun courant ne passerait). Toutefois, l'inductance s'oppose à ce changement brusque en générant une force électromotrice qui va continuer d'entraîner le courant dans sa lancée^{ix}. Ce courant va en diminuant progressivement, et recharge au passage le condensateur (avec une polarité inversée).

Étape 2 : Le condensateur est totalement rechargé (tension maximale et opposée) et le courant s'est finalement arrêté. Cependant, ces charges stockées aux bornes du condensateur vont vouloir se neutraliser^x : Un courant va réapparaître tandis que la tension recommence à baisser.

Étape 3 : Le condensateur est à nouveau vide (tension nulle), mais l'inductance empêche le courant de s'arrêter immédiatement. Le courant ainsi entraîné va recharger le condensateur...

Étape 4 : ... et nous voilà revenu au point de départ.

Remarquons déjà à ce point que le système oscille naturellement à une vitesse angulaire $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, dite *de résonance*, univoquement déterminée par les données de la capacité et de l'inductance du circuit. Cette observation est capitale dans le fonctionnement de la bobine de Tesla, aussi y reviendrons-nous par la suite.

ix. On se souvient de l'analogie avec le système masse-ressort : l'inductance donne "de l'inertie" au circuit.

x. Tel un ressort tendu qui veut se recontracter.

Solution générale.

Nous reprenons l'équation (3.18) avec son terme indépendant, où nous écrivons explicitement que le générateur fournit une tension alternative d'amplitude V_0 et de vitesse angulaire Ω :

$$L\ddot{Q} + \frac{1}{C}Q = V_0 \sin(\Omega t) \quad (3.24)$$

et allons trouver sa solution générale à l'aide d'une solution particulière.

Cas $\omega \neq \Omega$. On s'attend à ce qu'une solution particulière soit du type $Q_p = A \sin(\Omega t - \varphi)$, avec l'amplitude A et la phase φ à déterminer. On calcule la dérivée seconde de cette solution et on l'injecte dans l'équation de départ (3.24) :

$$A \left[\frac{1}{C} - \Omega^2 L \right] \sin(\Omega t - \varphi) = V_0 \sin(\Omega t) \quad (3.25)$$

En comparant les deux membres de l'égalité, on déduit :

$$\begin{cases} A = \frac{V_0}{1/C - \Omega^2 L} = \frac{V_0}{L(\omega^2 - \Omega^2)} \\ \varphi = 0 \end{cases} \quad (3.26)$$

La solution particulière vaut donc

$$Q_p(t) = \frac{V_0}{L(\omega^2 - \Omega^2)} \sin(\Omega t) \quad (3.27)$$

On trouve la solution générale en ajoutant cette solution particulière à la solution homogène (3.20), que nous écrivons directement sous forme réelle :

$$Q(t) = \tilde{K}_1 \cos(\omega t) + \tilde{K}_2 \sin(\omega t) + \frac{V_0}{L(\omega^2 - \Omega^2)} \sin(\Omega t) \quad (3.28)$$

Quant au courant,

$$I(t) = \omega \tilde{K}_2 \cos(\omega t) - \omega \tilde{K}_1 \sin(\omega t) + \frac{V_0 \Omega}{L(\omega^2 - \Omega^2)} \cos(\Omega t) \quad (3.29)$$

où l'on peut exprimer les constantes \tilde{K}_1 et \tilde{K}_2 en terme des conditions initiales.

Nous voyons que nous avons toujours à faire à des fonctions sinusoïdales. Si ω est proche de Ω , les oscillations seront de forte amplitude à cause de ce "nouveau" terme, mais restent bornées. Lorsque ω et Ω diffèrent fortement, celui-ci tend à disparaître.

Cas $\omega = \Omega$. La solution particulière est ici plus délicate à trouver. Réécrivons (3.24) pour lui donner une forme plus simple à traiter :

$$\ddot{Q} + \omega^2 Q = \frac{V_0}{2Lj} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) \quad (3.30)$$

Ici, nous allons chercher une solution particulière de la forme $Q_p(t) = (A_+ + B_+ t)e^{j\omega t} + (A_- + B_- t)e^{-j\omega t}$, que nous abrégeons en $Q_p(t) = (A + Bt)e^{kt}$ avec $k = \pm j\omega t$. La dérivée seconde vaut $Q_p''(t) = [k^2(A + Bt) + 2kB]e^{kt}$. Nous injectons cette solution dans (3.30) dans le but d'en affiner l'expression :

$$[(k^2 + \omega^2)(A + Bt) + 2kB]e^{kt} = \frac{V_0}{2Lj} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) \quad (3.31)$$

Nous allons comparer les deux membres de cette égalité comme précédemment.
Lorsque $k = j\omega$, nous trouvons

$$2j\omega B_+ e^{j\omega t} = \frac{V_0}{2Lj} e^{j\omega t} \quad (3.32)$$

$$B_+ = \frac{V_0}{4L\omega} \quad (3.33)$$

Lorsque $k = -j\omega$,

$$-2j\omega B_- e^{-j\omega t} = -\frac{V_0}{2Lj} e^{-j\omega t} \quad (3.34)$$

$$B_- = \frac{V_0}{4L\omega} \quad (3.35)$$

Nous avons donc $B_+ = B_- \equiv B$. Quant aux A, nous voyons qu'ils ne jouent aucun rôle, nous les prenons donc nuls. Nous pouvons alors réécrire notre solution particulière :

$$Q_p(t) = Bte^{j\omega t} + Bte^{-j\omega t} \quad (3.36)$$

$$= -\frac{V_0 t}{4L\omega} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) \quad (3.37)$$

$$= -\frac{V_0 t}{2L\omega} \cos(\omega t) \quad (3.38)$$

Nous avons dès lors notre solution générale pour la charge,

$$\boxed{Q(t) = \tilde{K}_1 \cos(\omega t) + \tilde{K}_2 \sin(\omega t) + \frac{V_0 t}{2L\omega} \cos(\omega t)} \quad (3.39)$$

et pour le courant :

$$\boxed{I(t) = \left(\omega \tilde{K}_2 - \frac{V_0}{2L\omega} \right) \cos(\omega t) - \omega \tilde{K}_1 \sin(\omega t) - \frac{V_0 \omega t}{2L\omega} \sin(\omega t)} \quad (3.40)$$

où l'on peut déterminer les constantes d'intégration \tilde{K}_1 et \tilde{K}_2 avec les conditions initiales.

Nous voyons que dans ce cas, nous n'avons plus à faire à des oscillations communes. Ici, l'amplitude du courant et de la tension va s'accroître à chaque cycle, et tend vers l'infini lorsque $t \rightarrow \infty$.

3.2.1 Impédance

Nous serons amenés à calculer l'impédance des circuits LC composant la bobine de Tesla. Rappelons que le condensateur et l'inductance sont connectés en série sur le générateur.

L'impédance totale Z est ainsi égale à la somme des impédances de chaque composant :

$$Z = Z_C + Z_L \quad (3.41)$$

$$= \frac{1}{jC\omega} + jL\omega \quad (3.42)$$

$$= j \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C} \quad (3.43)$$

Nous voyons qu'à la fréquence de résonance, $\omega^2 LC = 1$ et l'impédance s'annule. Un circuit LC en série placé sur une ligne agira donc comme un *filtre passe-bande*. Dans le même ordre d'idée, on peut montrer qu'un circuit LC en parallèle placé sur une ligne agit quant-à lui en *filtre coupe-bande* [2].

3.2.2 Fréquence de résonance

Dans notre analyse du circuit LC, nous avons trouvé que les oscillations du courant et de la tension se faisaient naturellement à une vitesse angulaire univoquement déterminée par les valeurs de l'inductance et de la capacité du circuit. Sans autre effet, le courant et la tension oscilleront toujours à cette même vitesse angulaire.

$$\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3.44)$$

Il s'agit de la *vitesse angulaire de résonance*. On vérifie d'ailleurs la cohérence des unités.

Il est également important d'observer que c'est la vitesse angulaire à laquelle la réactance du condensateur et de l'inductance sont égales :

$$|X_L^{res}| = \frac{L}{\sqrt{LC}} = \frac{\sqrt{L}}{\sqrt{C}} = |X_C^{res}| \quad (3.45)$$

En électricité, il est plus habituel de parler de *fréquence de résonance*, aussi introduirons-nous la grandeur suivante :

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (3.46)$$

Lorsque nous avons un générateur de tension alternatif, nous avons également vu que lorsque sa fréquence égale la fréquence de résonance qu'il entraîne, le courant et la tension tendent à s'amplifier à l'infini. Ce n'est pas le cas si ces fréquences sont différentes : les oscillations restent bornées.

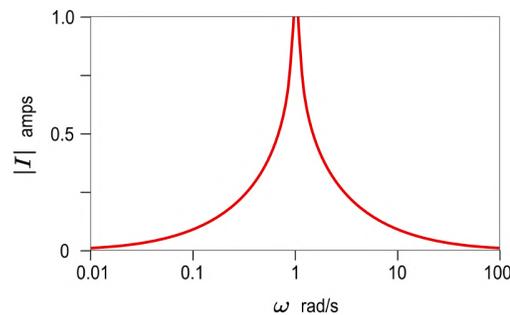


FIGURE 3.9 – Amplitude du courant mesurée en fonction de la fréquence d'entraînement (normalisée) pour un circuit LC. [Image : Wikipedia]

Aux basses fréquences d'entraînement, l'impédance est principalement capacitive, car la réactance du condensateur est grande aux basses fréquences. Aux hautes fréquences, elles est principalement inductive car la réactance d'une bobine augmente avec la fréquence. A la fréquence de résonance, l'impédance est nulle, d'où le comportement asymptotique du courant. Toutefois, dans un circuit réel (où la résistance est non-nulle), la largeur ainsi que la hauteur de cette "pointe" sont définies à partir du facteur Q, dont nous reparlerons.

Le fait qu'entraîner un circuit (R)LC à sa fréquence de résonance provoque une hausse importante de la tension et du courant est capital dans le fonctionnement de la bobine de Tesla. Mais cela est aussi potentiellement dangereux pour le transformateur alimentant le circuit primaire. Nous reviendrons sur ces considérations en temps voulu.

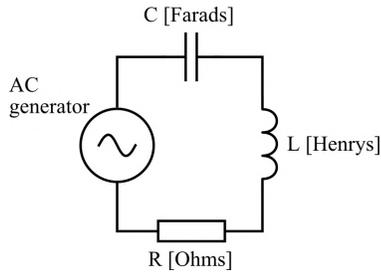


FIGURE 3.10 – Schéma électrique d'un circuit RLC en série.

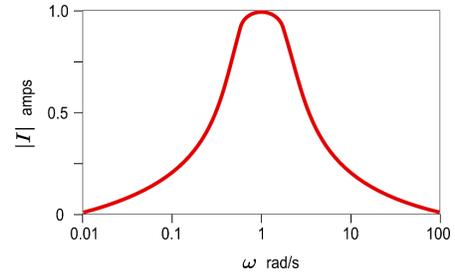


FIGURE 3.11 – Amplitude du courant mesurée en fonction de la fréquence d'entraînement (normalisés) pour un circuit RLC. [Image : Wikipedia]

3.2.3 Circuit RLC

Un circuit RLC est un circuit LC auquel on a ajouté une résistance. Ce type de circuit peut prendre de multiples formes. Nous n'en ferons pas l'analyse ici, mais en présenterons les caractéristiques majeures ^{xi}.

La résistance ($V_R(t) = RQ'$) dissipe l'énergie du courant sous forme de chaleur, quelque soit la direction de ce courant. Celle-ci agit donc comme une force de frottement. En l'absence de générateur, le courant ainsi que la tension vont donc diminuer progressivement au cours du temps (cas *sous-amorti*, de loin le plus fréquent en pratique), ou bien la résistance est telle qu'aucune oscillation ne peut se produire (cas *sur-amorti*).

Dans le cas sous-amorti, le graphe de la tension ou du courant est alors une sinusoïde dont l'amplitude décroît exponentiellement. Et en cas de force d'entraînement, la présence de la résistance empêche les oscillations de s'accroître à l'infini comme sur un circuit LC. Enfin, au lieu d'une pointe, nous avons une *bande passante*.

On peut montrer que la fréquence de résonance de ce circuit est la même que celle du circuit LC [3][4] :

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (3.47)$$

Pour trouver son impédance, il n'y a qu'à rajouter la valeur de la résistance R à (3.43). Alors que l'impédance du circuit LC était purement imaginaire, celle du circuit RLC comporte une partie réelle :

$$Z = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \quad (3.48)$$

Facteur Q.

Le facteur Q (pour *qualité*) est une grandeur sans dimension caractérisant tout circuit RLC, ou de manière plus générale tout oscillateur amorti. Il mesure en fait l'étroitesse de sa bande passante : un grand facteur Q caractérise une bande passante fine ^{xii}.

De manière plus précise, le facteur Q représente le rapport entre l'énergie stockée dans le circuit et l'énergie dissipée par radians [5], ce qui peut également être écrit en terme de puissance [6] :

$$Q = \frac{P_{stockée}}{P_{dissipée}} = \frac{XI^2}{RI^2} \quad (3.49)$$

$$= \frac{X}{R} \quad (3.50)$$

xi. Pour plus de détails, voir l'Annexe C.

xii. Stricto sensu, le facteur Q de tout circuit LC est infini, mais la notion n'a plus vraiment de sens dans ce cas.

où X représente la réactance de l'inductance ou du condensateur à fréquence de résonance.

Pour un circuit RLC, nous avons donc, compte tenu de (3.45) :

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (3.51)$$

On peut également définir la largeur de la bande passante Δf en fonction de ce facteur Q [6] :

$$\Delta f = \frac{f_{res}}{Q} \quad (3.52)$$

On comprend dès lors pourquoi ce nombre est appelé facteur de qualité : un circuit RLC de "grande qualité" est fortement sous-amorti et dissipera donc peu d'énergie par cycle. De plus, sa bande passante sera très étroite, ce qui est utile, par exemple, dans un poste radio [6].

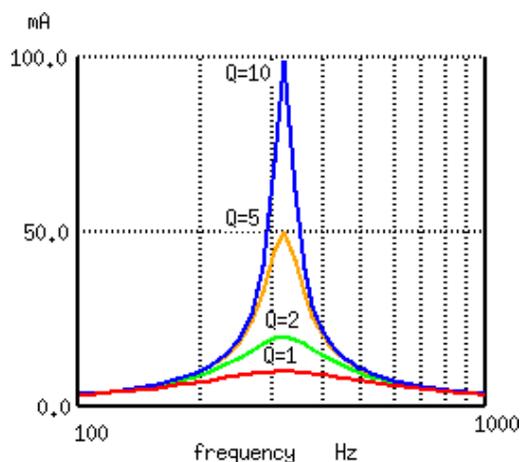


FIGURE 3.12 – L'effet du facteur Q sur la largeur de la bande passante. [Image : All About Circuits]

3.3 Fonctionnement de la bobine de Tesla

C'est ici que ça devient drôle.

Cette section couvrira le mode de fonctionnement complet d'une bobine de Tesla conventionnelle. Nous allons considérer que les circuits primaires et secondaires sont des circuits RLC à faible résistance, ce qui correspond à la réalité^{xiii}.

Nous reprenons une version quelque peu modifiée de la figure 3.1 pour illustrer nos explications. Pour les raisons citées ci-dessus, les résistances internes ne sont pas indiquées. Nous avons remplacé également le transformateur haut-voltage par un générateur à limitation de courant. Cela ne change absolument rien au niveau de la théorie^{xiv}.

Certaines parties du secondaire ont été dessinées en pointillés car ils ne sont pas *directement visibles* sur le montage. Pour ce qui est du condensateur secondaire, nous verrons que sa capacité est en fait distribuée à plusieurs endroits, la charge terminale n'étant qu'une des "plaques" du condensateur. Quant à l'éclateur secondaire, il s'agit d'une manière schématique de représenter le lieu où se produiront les éclairs.

xiii. Un traitement plus rigoureux est donné à l'Annexe D.

xiv. Les implications pratiques du choix du transformateur/générateurs seront discutées au chapitre suivant.

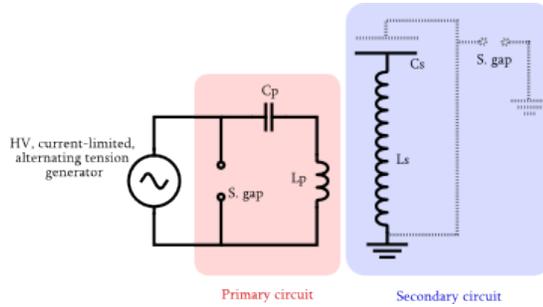


FIGURE 3.13 – Schéma de fonctionnement de la bobine de Tesla conventionnelle.

3.3.1 Description d'un cycle

La section la plus importante. Afin de raccourcir cet exposé, les détails spécifiques de chaque composants ne seront pas traités ici. Des informations complémentaires importantes les concernant seront données dans les sections appropriées du chapitre 4.

Charge.

La première étape du cycle est la charge du condensateur primaire par le générateur. Nous supposons pour fixer les idées que sa fréquence est de 50 Hz.

Comme celui-ci présente une limitation de courant, la capacité du condensateur doit être choisie de telle sorte qu'il soit complètement chargé en exactement 1/100 de seconde. En effet, la tension du générateur change de signe tous les centièmes de seconde, et au cycle suivant, il chargera le condensateur avec une polarité inversée, ce qui ne change rien pour la bobine de Tesla.

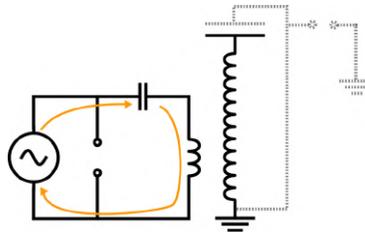


FIGURE 3.14 – Le générateur charge le condensateur primaire.

Oscillations.

Lorsque le condensateur est pleinement chargé, l'éclateur tire et ferme ainsi le circuit primaire. En connaissant la valeur du champs de claquage de l'air, il faut ajuster la distance de l'éclateur de telle sorte qu'il tire juste lorsque la tension aux bornes du condensateur atteint son maximum. Le rôle du générateur s'arrête ici ^{xv}.

Nous nous retrouvons donc avec un condensateur entièrement chargé sur un circuit LC homogène ! Le courant et la tension vont donc osciller à la fréquence de résonance, comme nous l'avions démontré au travers des équations (3.22) et (3.23). Cette fréquence est très élevée, généralement entre 50 et 400 kHz ^{xvi}.

xv. La résistance de l'éclateur est en effet négligeable devant l'impédance des ballasts du transformateur. Ce dernier subit toutefois ce qui se passe dans le primaire, comme nous le verrons par la suite en [4.7.1 Filtre de protection du NST](#).

xvi. Nous calculons la fréquence de résonance des circuits de Zeus dans la section [4.6 Mise à résonance](#).

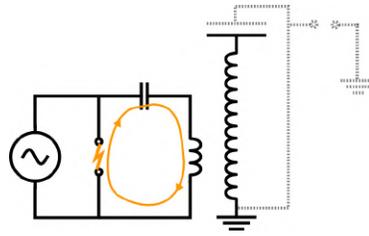


FIGURE 3.15 – L'éclateur se ferme et le courant oscille dans le circuit primaire.

Les circuits primaires et secondaires présentent un couplage magnétique. Les oscillations du primaire vont donc entraîner l'apparition d'une force électromotrice dans le secondaire. A mesure que l'énergie du circuit primaire est déversée dans le circuit secondaire, les oscillations dans le primaire vont graduellement diminuer alors que celles dans le secondaire vont s'amplifier. L'énergie se transfère par induction magnétique. Le couplage k entre ces deux circuits est volontairement bas : généralement entre 0,05 et 0,2, aussi faudra-t-il plusieurs oscillations avant que la totalité de l'énergie soit transmise [7]. Nous reviendrons sur l'influence du couplage sous peu.

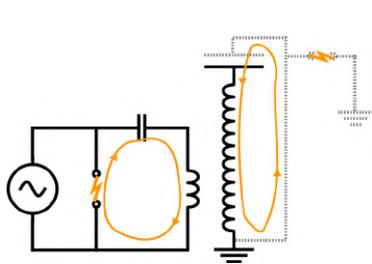


FIGURE 3.16 – Les oscillations dans le primaire vont induire une f.é.m. dans le circuit secondaire, qui va lui aussi osciller.



FIGURE 3.17 – La force électromotrice induite par les oscillations dans le primaire peut être vue comme un générateur AC (dont l'amplitude des oscillations dépend du temps).

Les oscillations du primaire vont donc agir comme un générateur de tension alternative en série pour le circuit secondaire [8]. Pour maximiser le voltage à la sortie du secondaire, il faut que ces deux circuits partagent exactement la même fréquence de résonance,

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{L_p C_p}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_s C_s}} \tag{3.53}$$

Cela va permettre au voltage dans le secondaire de gagner considérablement en amplitude ("resonant rise" en anglais) comme nous l'avons vu avec les équations (3.39) et (3.40). C'est ainsi que la bobine de Tesla fait grimper la tension. La tension étant énorme, généralement plusieurs centaines de milliers de volts, des éclairs vont au passage jaillir de la charge terminale.

Les diagrammes suivants montrent la forme générale des oscillations de courant qui se produisent dans les deux circuits.

Rebond.

Toute l'énergie est à présent dans le secondaire. Si l'éclateur principal était parfait, les choses s'arrêteraient là et un nouveau cycle redémarrerait. Mais ce n'est pas le cas. Le ringup s'effectue très rapidement

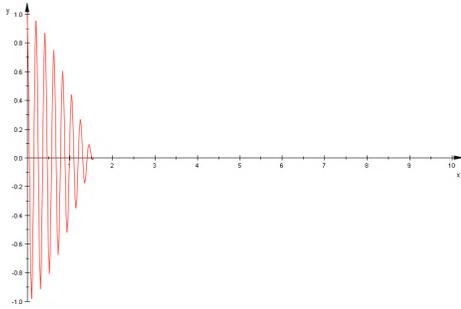


FIGURE 3.18 – Oscillations qui diminuent dans le circuit primaire ("ringdown" en anglais).

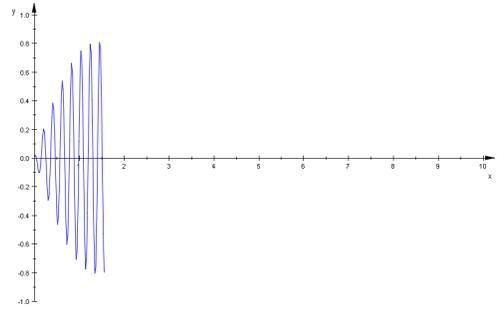


FIGURE 3.19 – Oscillations qui s'amplifient dans le circuit secondaire ("ringup" en anglais).

et le chemin d'air ionisé dans l'éclateur perdure même lorsque le champ entre les électrodes chute sous le champ critique.

L'énergie du secondaire peut alors être retransmise dans le primaire d'une manière tout-à-fait similaire au premier processus. Le courant et la tension dans le secondaire vont alors diminuer tandis que celles dans le primaire vont ré-augmenter.

C'est le phénomène de rebond. Celui-ci peut se produire 3, 4 voir 5 fois ou plus. A chaque rebond, une partie de l'énergie est définitivement perdue, principalement dans les éclairs produits et dans les résistances internes des composants^{xvii} [7]. Ceci explique pourquoi l'enveloppe générale des rebonds est une exponentielle décroissante. Après un certain nombre de rebonds, la tension aura suffisamment baissé pour que l'éclateur s'ouvre finalement au prochain noeud du primaire.

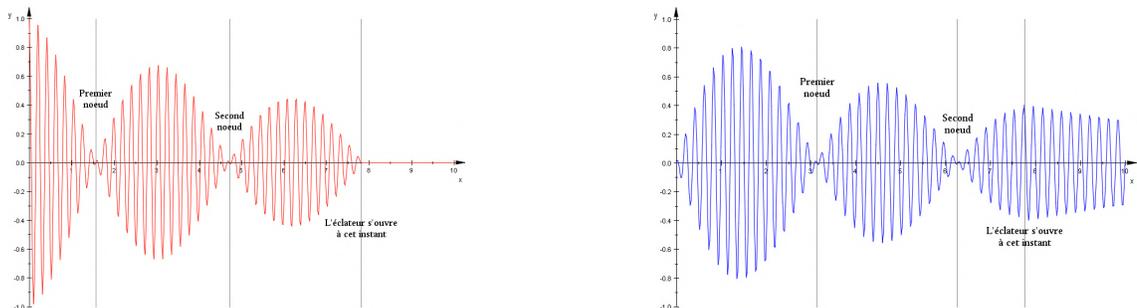


FIGURE 3.20 – Forme générale des oscillations dans les circuits primaires et secondaires au cours du temps. Ici, on a représenté un cycle à trois noeuds.

Ces rebonds sont essentiels à la création de longs éclairs, car ceux-ci parcourent et allongent le chemin d'air ionisé déjà créés lors des noeuds précédents. Un éclair s'allongera ainsi à chaque rebond. Le processus complet se répète ainsi plusieurs centaines de fois par seconde [7].

Décroissance.

Une fois que l'éclateur primaire s'est arrêté de tirer, le circuit primaire est ouvert, et toute l'énergie restante est alors piégée dans le secondaire. Nous nous retrouvons avec un circuit RLC libre. Les oscillations du voltage et du courant vont donc décroître exponentiellement en chargeant les arcs [7].

xvii. Nous reparlerons de ces pertes dans la section [3.2.2 Transformation du voltage](#).

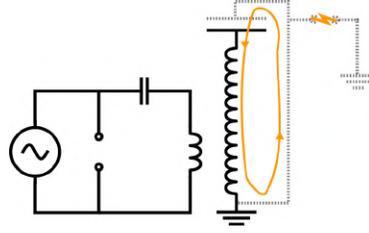


FIGURE 3.21 – Lorsque l'éclateur primaire s'est ouvert, les oscillations du secondaire décroissent exponentiellement. Un nouveau cycle peut à présent redémarrer.

3.3.2 Transformation du voltage

Nous allons à présent calculer le voltage secondaire V_{out} explicitement. Nous désignons par V_{in} la tension rms fournie par le transformateur.

Nous basons notre raisonnement sur l'énergie [7][8] et supposons qu'il n'y a aucune perte due aux résistances internes des composants ($R = 0$) et que les circuits primaires et secondaires sont parfaitement à résonance.

Nous avons vu la formule (3.4) donnant l'énergie stockée dans un condensateur sous forme de champ électrique. L'énergie E_p stockée dans le condensateur primaire (capacité C_p) vaut donc

$$E_p = \frac{1}{2} C_p V_{in}^2. \quad (3.54)$$

Quant à l'énergie stockée dans le condensateur secondaire (de capacité C_s), elle vaut

$$E_s = \frac{1}{2} C_s V_{out}^2. \quad (3.55)$$

En utilisant l'hypothèse que l'intégralité de l'énergie stockée dans le primaire a été transférée au secondaire, nous égalisons E_s et E_p :

$$\frac{1}{2} C_p V_{in}^2 = \frac{1}{2} C_s V_{out}^2 \quad (3.56)$$

D'où nous trouvons le gain en voltage :

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \sqrt{\frac{C_p}{C_s}} \quad (3.57)$$

Il est peut-être plus habituel d'exprimer ce gain en terme des inductances. Étant donné que les deux circuits sont à résonance, nous pouvons écrire à partir de (3.53) que

$$L_p C_p = L_s C_s. \quad (3.58)$$

Nous réexprimons donc le gain de voltage sous cette forme :

$$\boxed{\frac{V_{out}}{V_{in}} = \sqrt{\frac{L_s}{L_p}}} \quad (3.59)$$

Nous comprenons donc comment la bobine de Tesla amplifie le voltage à des valeurs si élevées : la bobine secondaire possède généralement environ 1000 tours et affiche une inductance considérablement plus grande que la bobine primaire, qui ne comporte qu'une dizaine de tours.

Pertes d'énergie.

Nous avons supposé dans le raisonnement ci-dessus que les pertes d'énergie sont nulles. Ceci est bien entendu une approximation, et l'expression trouvée en (3.59) est en fait une borne supérieure.

Décrivons ici les sources de pertes majeures. Celles-ci seront éclaircies/calculées dans les sections appropriées du [chapitre 4](#).

- Les câblages ainsi que le fil formant les inductances possèdent une *résistance interne* qui dissipe l'énergie sous forme de chaleur selon $P = RI^2$. Il y a plusieurs centaines de mètres de fil sur une bobine de Tesla. Il y a également l'effet de peau, qui décrit le fait qu'aux hautes fréquences, le courant ne circule que sur une petite épaisseur sous la surface du conducteur, augmentant ainsi sa "vraie" résistance.
- Les *éclaircs* qui ferment l'éclateur agissent comme des résistances, dissipant l'énergie sous forme de lumière, de chaleur et de bruit [7].
- Le *diélectrique* utilisé dans le condensateur primaire dissipe une partie de l'énergie lorsque le courant circule [9]. Le facteur de pertes dépend du diélectrique et de la fréquence.
- La bobine de Tesla opère aux fréquences radio (typiquement entre 50 et 400 kHz. Une partie de l'énergie est radiée sous forme d'*ondes électromagnétiques*, ce qui contribue aux pertes d'énergies [7].
- L'*effet Corona* est une décharge continue dans le milieu ambiant, produisant un halo violet autour des conducteurs soumis à une forte tension, ce qui provoque des pertes d'énergie [7].

Mentionnons enfin que le primaire et le secondaire ne seront jamais exactement à résonance, ce qui contribue à diminuer le voltage à la charge terminale.

3.3.3 Comparaison avec le transformateur à induction

La bobine de Tesla opère d'une manière fondamentalement différente d'un transformateur classique (voir Fig. 3.22). Mais ces deux appareils partagent également des traits communs intéressants; aussi examinerons-nous leurs similarités et différences majeures.

Dans un transformateur à induction, le courant est transformé par un couple de bobines (également appelées primaires et secondaires) enroulées de manière très serrée autour d'un noyau métallique présentant une forte perméabilité magnétique. Du courant alternatif arrive dans la bobine primaire, ce qui provoque l'apparition d'un champ magnétique, lui aussi alternatif. Ce champ va être considérablement amplifié par le noyau métallique. Comme la bobine secondaire est elle aussi enroulée autour de ce noyau, le même champs magnétique va induire une fém dans le secondaire, ce qui provoque l'apparition d'un courant, de même fréquence.

Pour ce type de transformateur, on peut montrer que

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{L_s}{L_p} \quad (3.60)$$

La différence la plus importante avec la bobine de Tesla est que le transformateur à induction ne comporte pas de condensateur ^{xviii}. Alors que la bobine de Tesla transforme le voltage par amplification à résonance, le transformateur classique n'utilise que l'induction magnétique. Sur ce dernier, les bobines primaire et secondaire sont très fortement couplées (k est aussi proche que possible de 1), alors que sur la bobine de Tesla, le couplage est beaucoup plus faible, ce qui se voit d'ailleurs directement dans la manière dont ces bobines sont disposées et dans le fait qu'il n'y a pas de noyau métallique ("air-cored"). Cela permet de comprendre pourquoi le gain en voltage d'un transformateur est plus important que pour une bobine de Tesla pour L_s et L_p donnés (comparer les formules (3.59) et (3.60)).

xviii. Des condensateurs peuvent en réalité se trouver dans de tels transformateurs, pour la correction du facteur de puissance par exemple, mais ceux-ci ne sont pas nécessaire à la transformation du voltage elle-même.

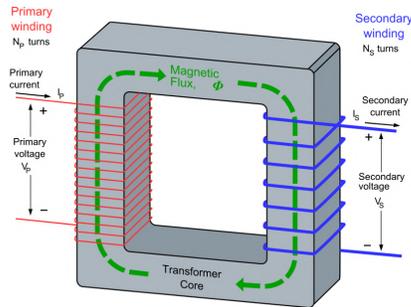


FIGURE 3.22 – Schéma de principe d’un transformateur conventionnel (ici step-down), à induction magnétique. [Image : Wikipedia]



FIGURE 3.23 – Un transformateur réel. Les fils de connexion du primaire sont en noir, ceux du secondaire en vert (le fil du milieu est un connexion à la terre). [Image : Wikipedia]

Ce n’est toutefois pas un hasard si les deux appareils ont en commun le fait qu’ils utilisent des bobines d’inductance différentes pour transformer un courant. Le point important est que sur une bobine de Tesla, on doit avoir $L_p C_p = L_s C_s$ pour une transformation efficace.

Par rapport à la bobine de Tesla, on note l’absence de "cycles" dans le mode de fonctionnement du transformateur conventionnel : le courant est transformé directement. En outre, un transformateur classique fonctionne quelle que soit la fréquence du courant entrant ^{xix} et le courant sortant est de la même fréquence. Sur une bobine de Tesla en revanche, la fréquence du courant sortant est fixée.

3.3.4 Distribution de la capacité dans le circuit secondaire

Nous allons à présent éclaircir la question de la capacité du circuit secondaire que nous avons nommé C_s dans les paragraphes précédents.

Cette capacité est difficile à définir précisément et par conséquent à calculer. Nous pouvons toutefois identifier les facteurs majeurs qui la composent (voir Fig. 3.24).

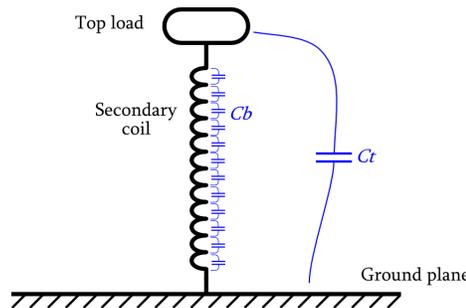


FIGURE 3.24 – Les contributions principales à la capacité C_s du circuit secondaire.

Charge terminale - Terre.

La contribution la plus importante est celle de la charge terminale [7][9]. Nous avons en effet un condensateur dont les deux "plaques" sont d’une part la charge terminale et la terre. Il peut paraître étonnant que cela constitue effectivement un condensateur, puisque ses plaques sont connectées via la

^{xix}. Dans une gamme de fréquences "raisonnable", toutefois.

bobine secondaire. Toutefois, son impédance est relativement importante, de telle sorte que la différence de potentiel à ses bornes est loin d'être nulle.

Nous nommerons C_t cette capacité.

Spires de la bobine secondaire.

L'autre contribution majeure est la capacité de l'inductance secondaire [7][8]. Celui-ci est formé d'un grand nombre de spires jointives en fil émaillé, et son inductance est par conséquent distribuée sur toute sa longueur. Cela implique qu'il y a une légère différence de potentiel entre deux spires adjacentes. Nous avons donc deux conducteurs à des potentiels différents séparés par un diélectrique, autrement dit un condensateur. En réalité, nous avons un condensateur entre *chaque* paire de spires, mais l'effet étant décroissant avec la distance, c'est une bonne approximation de considérer uniquement la capacité de deux spires adjacentes.

Notons C_b la capacité totale (cumulée sur toutes les spires) de la bobine secondaire.

En réalité, il n'est pas strictement nécessaire d'avoir une charge terminale sur une bobine de Tesla, étant donné que toute bobine secondaire correctement enroulée possèdera une capacité. Toutefois, nous verrons qu'une charge est primordiale pour obtenir de beaux éclairs^{xx} [7][13].

Autres facteurs.

Lorsqu'un éclair se forme à la charge terminale, il va créer un petit surplus de capacité [14]. Cela est surtout visible sur les grandes bobines générant des éclairs d'une longueur dépassant le mètre. Cette capacité sera peu importante pour notre bobine Zeus.

Si la bobine de Tesla fonctionne ailleurs que sur une vaste plaine verdoyante (ce qui est souvent le cas), il y aura la contribution supplémentaire due aux objets environnants. Nous avons en effet le condensateur formé par la charge terminale d'une part et les objets métalliques environnants d'autre part (meuble métallique, tuyauterie, etc).

En pratique, il y a encore d'autres sources de capacité (comme celle du condensateur "charge terminale - bobine primaire") mais qui deviennent négligeables.

Appelons C_e la capacité de ces facteurs extérieurs.

Au total...

Puisque tous ces "condensateurs" sont en parallèles les uns aux autres, la capacité totale du circuit secondaire, celle qui déterminera sa fréquence de résonance vaut donc

$$C_s = C_t + C_b + C_e \quad (3.61)$$

Remarquons que la raison pour laquelle cette capacité est si difficile à définir est qu'elle est minuscule (quelques dizaines de picoFarads). C'est pour cela que tous ces facteurs doivent être pris en compte. En effet, ils influent également le circuit primaire, mais comme celui-ci possède une capacité beaucoup plus importante, qui est quasiment totalement concentrée dans les condensateurs, ces facteurs seront réellement négligeables.

3.3.5 Influence du couplage

La constante de couplage magnétique k représente la fraction de champ magnétique que les bobines primaires et secondaires partagent. Ce couplage est principalement déterminé par les positions respectives des bobines ainsi que de la géométrie de la spirale primaire^{xxi} [7].

Nous allons voir que cette constante doit être bien choisie.

xx. Plus de détails en 4.4.2 Charge terminale.

xxi. Voir 4.2.2 Inductance.

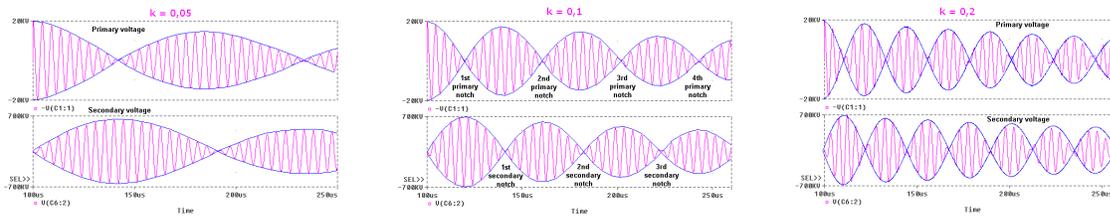


FIGURE 3.25 – Forme d’onde du primaire, en haut, et du secondaire, en bas, pour des valeurs de k croissantes. [Images : Richard Burnett]

Si le couplage est faible ($k \approx 0,05$), il faudra un grand nombre d’oscillations pour que le primaire transfère toute son énergie au secondaire. De plus, le premier noeud est atteint de manière progressive, ce qui permet à l’éclateur de s’ouvrir facilement, augmentant de fait les chances d’avoir une ouverture au premier noeud. C’est une bonne chose puisque les paquets d’ondes décroissent de manière exponentielle et perdent de l’énergie à chaque rebond. Toutefois, si ce noeud est trop éloigné, une partie significative de l’énergie sera perdue.

Si le couplage est plus fort ($k \approx 0,2$), le nombre d’oscillations requises pour transférer toute l’énergie dans le secondaire sera moindre. La montée du voltage dans le secondaire est alors très brusque, ce qui peut provoquer un court-circuit en son sein. Il sera de plus très difficile pour l’éclateur de s’ouvrir dans les premiers noeuds (nécessitera par exemple une puissante soufflerie). L’avantage d’un fort couplage est que, si les problèmes ci-dessus peuvent être prévenus, les pertes d’énergie seront faibles.

Le couplage idéal est propre à chaque bobine. En regard des arguments fournis ci-dessus, on comprend qu’un couplage fort est préférable sur une bobine de faible puissance. En effet, il est peu probable que les problèmes de court-circuit du secondaire et d’ouverture cités ci-dessus se produisent dans la mesure où les tensions seront plus faibles de manière générale. Pour ces mêmes raisons, un faible couplage est recommandé pour les bobines de forte puissance. Il a été suggéré d’éviter une constante de couplage entre 0,43 et 0,53 [11]

3.3.6 Un mot sur le transmetteur à trois bobines

Au début de ce document, nous avons mentionné une version plus avancée de la bobine de Tesla, le *Magnifying transmitter*, constituée de trois bobines au lieu de deux pour le modèle conventionnel.

Le circuit primaire reste quasiment inchangé. C’est dans le circuit secondaire que les changements majeurs se voient. L’inductance secondaire est à présent divisée en deux parties : la bobine secondaire proprement dite, qui présente ici un couplage beaucoup plus fort ($k \approx 0,6$) avec le circuit secondaire ; et une bobine supplémentaire, placée loin du champ magnétique généré par ce dernier [10].

Sur le magnifying transmitter, le voltage dans le circuit secondaire est d’abord augmenté par induction magnétique au niveau de la bobine secondaire d’une manière similaire au transformateur conventionnel. Cette tension est ensuite amplifiée par la bobine supplémentaire (et la charge terminale placée en son sommet) par résonance, comme dans un circuit LC entraîné à sa fréquence de résonance [10].

L’idée est ici d’accentuer la montée du voltage en concevant une manière plus efficace de se servir de la f.é.m. que le primaire apporte au secondaire. Ce système à deux étages peut se voir comme un hybride entre une bobine de Tesla conventionnelle et un transformateur à induction.

Cette configuration est cependant plus délicate à mettre en oeuvre car il faut un fort couplage entre les inductances primaire et secondaire tout en évitant que des arcs électriques apparaissent entre les deux. Il semble également que le montage tend à être instable [12].

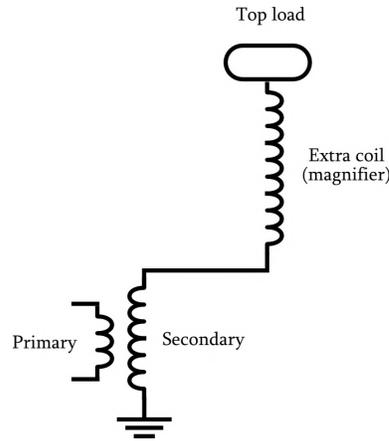


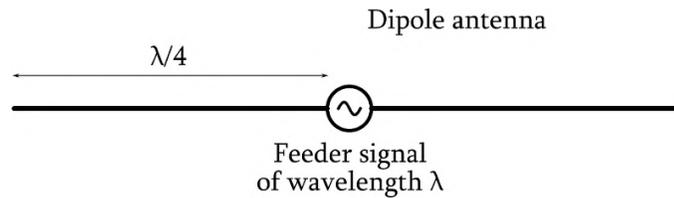
FIGURE 3.26 – Configurations du circuit secondaire sur un magnifying transmitter.

3.4 Antenne quart-d'onde

Lorsqu'un courant alternatif circule dans un conducteur, il génère un champ électromagnétique oscillant qui se propage sous la forme d'*onde radios* ; c'est la base de la radiocommunication.

On a suggéré que, par certains aspects, la bobine de Tesla ressemble à une *antenne quart-d'onde*. En réalité, ce modèle n'arrive pas à décrire le comportement de la bobine de Tesla de manière satisfaisante [8]. Il n'est d'ailleurs pas nécessaire de régler l'impédance de la Tesla comme sur une antenne quart-d'onde pour la faire fonctionner correctement [9]. Toutefois, les points communs entre les deux appareils sont suffisamment intéressants pour justifier un rapide aperçu de ce modèle.

Commençons par cette courte définition : une antenne quart-d'onde est une antenne dont la longueur L vaut $\lambda/4$, où λ est la longueur d'onde du signal qui lui est envoyé ^{xxii}.

FIGURE 3.27 – Schéma de principe d'une antenne quart-d'onde. Le dipôle fait $\lambda/2$ de long au total.

3.4.1 Description du cas spécifique à la bobine de Tesla

Nous pouvons comparer le circuit secondaire à une des deux branches du dipôle, l'autre branche étant la terre (au sujet de la théorie gouvernant les antennes et les lignes de transmission, lire l'excellente référence [15]).

Lorsque l'onde, de longueur d'onde λ , vient toucher l'extrémité de l'antenne, elle sera totalement réfléchi. On peut montrer que si la longueur de l'antenne (ce qui correspond à la longueur du fil utilisé dans la bobine secondaire) vaut un multiple entier de $\lambda/4$, cette réflexion entraînera l'apparition d'ondes

xxii. Le voltage ainsi que la tension sont des signaux alternatifs pour lesquels on peut effectivement définir une longueur d'onde.



FIGURE 3.28 – Analogie entre l’antenne quart-d’onde et le circuit secondaire.

stationnaires [15] [16]. Autrement dit, sa longueur L doit être

$$L = n \frac{\lambda}{4} \quad n = 1, 2, 3, \dots \tag{3.62}$$

Sur une antenne quart-d’onde, n est égal à 1 (voir Fig. 3.29-gauche). Examinons la nature de cette onde stationnaire pour le courant $I(x, t)$ et le voltage $E(x, t)$. On peut montrer que si n est impair, alors on aura un noeud pour E en début d’antenne et un ventre de E à son extrémité. Pour ce qui est du courant, on a un ventre à la base et un noeud à l’extrémité. Autrement dit,

$$\begin{aligned} E(0, t) &= 0 \\ E(L, t) &= E_0 \cos \omega t \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} I(0, t) &= I_0 \cos \omega t \\ I(L, t) &= 0 \end{aligned}$$

où E_0 et I_0 représente l’amplitude maximale de l’onde, et $\omega = \lambda/c$, où c est la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques (environ $3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$). Nous avons choisi l’origine des temps de telle sorte qu’il n’y ait pas de déphasage.

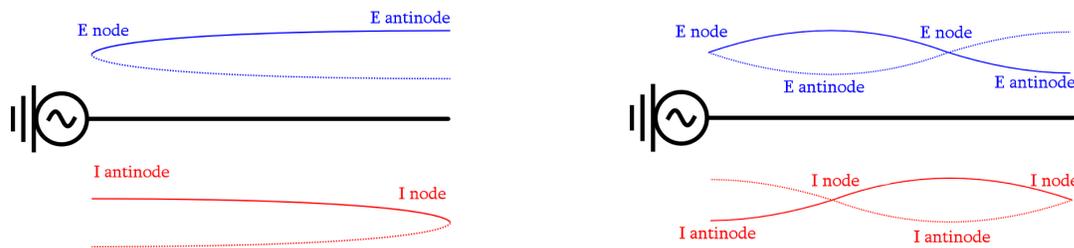


FIGURE 3.29 – Comportement du voltage E et du courant I le long d’une ligne $\lambda/4$ à gauche, et $3\lambda/4$ à droite. [Schémas : Adaptés de All About Circuits]

On comprend donc l’intérêt qu’il y a, théoriquement, à concevoir une bobine de Tesla sur le modèle de l’antenne quart-d’onde, à savoir choisir la longueur du fil de la bobine secondaire comme un quart de la longueur d’onde de résonance. En effet, si l’on souhaite obtenir les plus longs éclairs possibles, on a tout intérêt à ce que les oscillations du voltage soient maximales à la charge terminale.

Il a toutefois été montré expérimentalement que le courant ne présente pratiquement aucun déphasage entre la base et le sommet de la bobine secondaire, ce qui indique qu’on ne peut réduire la bobine de Tesla à une véritable antenne quart-d’onde et que ses inductances/capacités peuvent être traitées comme localisées [?].

Chapitre 4

Conception et construction

Ce chapitre présente les différentes formules utilisées dans la conception de cette bobine de Tesla en particulier, ainsi que des spécifications d'ordre pratique et technique. J'utiliserai volontairement la terminologie anglophone dans les schémas car elle est généralement plus adaptée et bien plus largement répandue.

Pour consulter les données de la simulation JAVATC (programme écrit par Bart Anderson, repris dans la [Bibliographie](#)), voir l'[Annexe A](#).

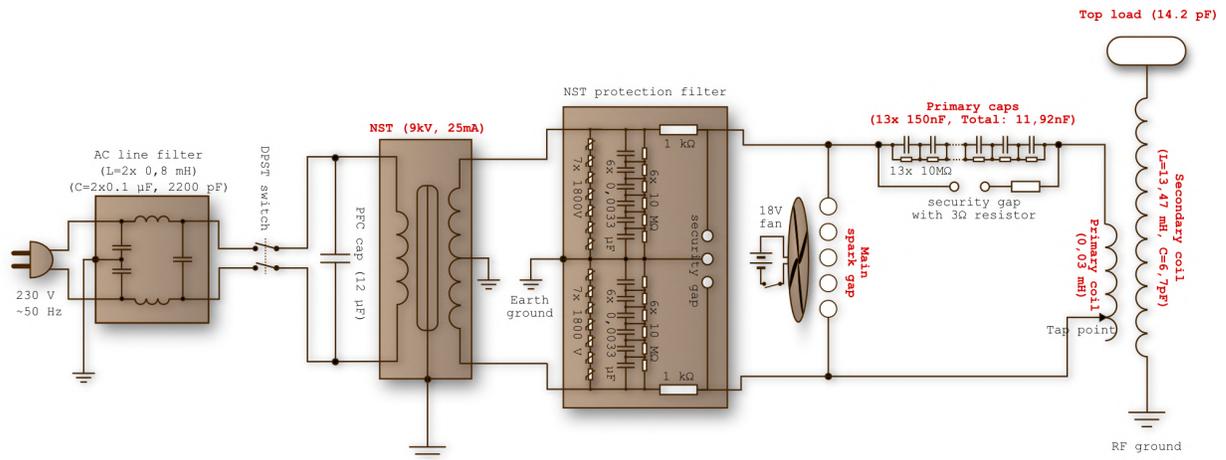


FIGURE 4.1 – Schéma électrique complet de Zeus. Les composants de base sont en rouge.

4.1 Transformateur HV

Le transformateur haut-voltage est la pièce maîtresse d'une bobine de Tesla. Il s'agit d'un simple transformateur à induction magnétique. C'est lui qui charge le condensateur primaire en début de cycle. Sa fréquence de sortie est normalement la même que la fréquence d'entrée. Outre sa puissance, la robustesse du transformateur est capitale car une bobine de Tesla le mettra à (très) rude épreuve.

Les plus courants sont les *transformateurs de distributions* ("pole pigs" en anglais). Ceux-ci fournis-

sant typiquement autour de 20 kV et n'ont pas de limitation de courant par défautⁱ, ce qui les rend accessoirement très dangereux s'ils sont incorrectement utilisés. S'en procurer un est relativement aisé aux États-Unis mais beaucoup moins en Europe.

Un autre type de transformateur utilisé est le *NST* ("neon sign transformer" en anglais), qui est typiquement utilisé pour alimenter les enseignes lumineuses. Ils délivrent généralement entre 6 et 15 kV et un courant limité le plus souvent à 30 ou 60 mA. Ils sont plus sûrs et plus faciles à trouver que les précédents, mais plus fragiles. Notez que les NST récents sont à éviter car ils comprennent un disjoncteur différentiel intégré, ce qui empêchera toute utilisation sur une bobine de Tesla. Nous verrons en effet que celle-ci provoque des pics de voltage et de courant très fréquents, ce qui déclenchera le disjoncteur.

A côté de ces deux grands types, il est également possible d'utiliser le transformateur d'un four à micro-ondes, appelé MOT ("microwave oven transformer"), ou un flyback.



FIGURE 4.2 – Schéma et photo du transformateur type NST de Zeus (hors de son boîtier).

L'alimentation utilisé sur Zeus consiste en un seul transformateur, de type NST, dont les caractéristiques (rms) sont les suivantes :

$$\begin{array}{l} Tension = 9000 \text{ V} \\ Courant = 25 \text{ mA} \end{array}$$

A partir de ces données, nous pouvons calculer sa puissance $P = VI$, qui nous sera utile pour déterminer les dimensions générales de la Tesla ainsi que des éclairs générés.

$$P = 225 \text{ W}$$

Zeus est donc de relativement faible puissance, ce qui est peut-être plus prudent, étant donné que cette bobine de Tesla est la toute première que j'ai construite. Notons qu'il est possible de connecter plusieurs transformateurs en parallèle pour augmenter le courant de sortie, et de fait augmenter la puissance.

Nous aurons également besoin de l'impédance pour le calcul de la capacité optimale du condensateur primaire. Nous la trouvons avec la loi d'Ohm $Z = V/I$.

$$Z = 360 \text{ k}\Omega$$

i. De larges inductances, ou *ballasts* sont requises afin de limiter le courant.

4.1.1 Longueur des arcs

Il existe une équation empirique donnant la longueur maximale des éclairs générés uniquement à partir de la puissance du transformateur. Pour les raisons évoquées au chapitre 3, paragraphe [Pertes d'énergie](#), il est extrêmement difficile d'atteindre cette valeur ⁱⁱ.

Le phénomène de claquage de l'air est en réalité extrêmement complexe, et la longueur d'un éclair dépend de bien plus de paramètres que le simple voltage ⁱⁱⁱ.

La formule "basique" donnant la longueur L des éclairs en centimètres est la suivante [18] :

$$L \approx 4,32\sqrt{P_{in}}$$

où P_{in} est la puissance du transformateur exprimée en Watts. Appliquons cette formule à Zeus (225 W) :

$$L \approx 65 \text{ cm} \tag{4.1}$$

Il existe cependant des formules plus précises, qui tiennent compte entre autre du facteur Q de la bobine secondaire et de la fréquence de fermeture de l'éclateur [18]. Le simulateur JAVATC a donné la valeur de 55 cm.

Mon record actuel est de 45 cm, ce qui, compte tenu de la nature de l'éclateur, est une valeur respectable. Les éclairs de Zeus sont majoritairement d'une longueur de 30 à 35 cm, avec de temps en temps des éclairs supérieurs à 35 cm.



FIGURE 4.3 – Un éclair de 40 cm (on dirait un vrai!). Pose de 1/30s. [Image : Jean-Louis Colot]

ii. Mais certains experts l'ont toutefois même dépassée [17].

iii. Voir notamment le rapport de l'US Navy *VLF/LF High-Voltage Design and Testing*, repris dans la [Bibliographie](#).

4.2 Circuit primaire

4.2.1 Condensateur

Le rôle du condensateur primaire est d'accumuler une certaine quantité de charges (donc d'énergie) pour la suite du cycle et de constituer le circuit LC avec l'inductance primaire.

Il s'agit du composant le plus difficile à construire par soi-même. J'ai dû reconstruire ce composant trois fois avant d'obtenir une version efficace et fonctionnelle. Le condensateur primaire est en effet soumis à des conditions très rudes : en plus de devoir supporter la haute tension du transformateur, il subit des pics vertigineux de courants (plusieurs centaines d'ampères) et de voltage ainsi que des temps de charge/décharge extrêmement courts. Il doit de plus présenter de faibles pertes diélectriques aux fréquences radios. Pour des raisons de performances, j'ai finalement opté pour des condensateurs de commerce.

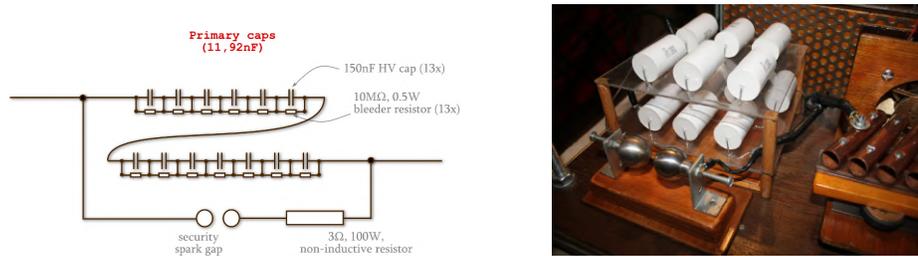


FIGURE 4.4 – Schéma et photo de condensateur primaire actuel de Zeus.

La capacité du condensateur doit être telle qu'il y ait amplification résonnante dans le circuit primaire, afin de maximiser le courant qui le traverse^{iv}. Appelons C_{res} cette valeur. Si la capacité du condensateur est inférieure à C_{res} , l'énergie disponible pour la suite du cycle sera diminuée. Si elle est supérieure, le même phénomène se produit. Nous verrons toutefois dans la section 4.2.3 Charge à résonance qu'il est peut-être judicieux d'avoir un condensateur "trop grand" pour prévenir une trop grande amplification qui détruirait le transformateur ainsi que le condensateur [19].

Par définition, on pourrait trouver C_{res} à partir de la formule (3.46), mais elle requière de connaître l'inductance totale du NST. Nous allons plutôt la trouver en termes de l'impédance Z du transformateur [17][20]. Une remarque importante à faire est que l'inductance du transformateur est bien plus importante que celle de la bobine primaire (et il en va donc de même pour leurs impédances) nous négligerons donc la contribution de cette dernière. La formule susmentionnée est la suivante :

$$C_{res} = \frac{1}{2\pi Z f} \quad (4.2)$$

Pour rappel, le courant du secteur est de 50 Hz en Europe, et l'impédance du NST de Zeus est de $3,6 \cdot 10^5 \Omega$. Nous avons donc :

$$C_{res} = 8,84 \text{ nF} \quad (4.3)$$

Pour les raisons évoquées plus haut ainsi que pour des contraintes d'ordre pratique, je n'ai pas respecté cette valeur lorsque je construisit le condensateur de Zeus. Sa capacité (mesurée) est en fait de :

$$C = (11,92 \pm 0,01) \text{ nF}$$

iv. Pour rappel, nous avons un circuit LC en série avec un générateur de tension alternative.

Condensateurs à plaques "fait maison".

Construire ses propres condensateurs est une bonne expérience, mais il est vrai que ses performances seront inévitablement inférieures à celles d'un condensateur de commerce.

A partir des équations de Maxwell, on peut trouver une formule simple donnant la capacité d'un condensateur basique : deux plaques d'aire A séparées par une distance d par un diélectrique de permittivité ϵ . On peut en effet montrer que

$$C = \frac{\epsilon A}{d} \quad (4.4)$$

Pour augmenter la capacité, on peut mettre plusieurs plaques en parallèle au lieu de deux. On a alors qu'une moitié des plaques est par exemple positive et l'autre moitié négative. Si le condensateur est formé en tout de n plaques, on a $(n-1)$ condensateurs en parallèle et la capacité devient :

$$C = (n - 1) \frac{\epsilon A}{d} \quad (4.5)$$

Le choix du diélectrique est capital. Il doit être d'une très grande rigidité et présenter de faibles pertes diélectriques aux hautes fréquences. La rigidité mesure le champ électrique minimum au delà duquel le diélectrique claque. Les pertes diélectriques proviennent du fait qu'un condensateur réel possède une composante résistive à son impédance (voir Fig 4.6). Il s'agit donc d'énergie perdue sous forme de chaleur dans le diélectrique^v et les conducteurs. C'est toutefois les pertes diélectriques qui dominent et on détermine un *facteur de dissipation* ("loss tangeant" en anglais) pour chaque diélectrique.

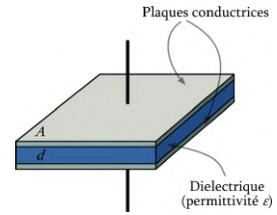


FIGURE 4.5 – Un condensateur rudimentaire. [Image : Wikipedia]

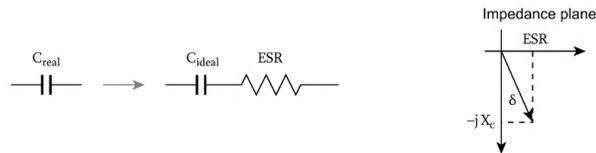


FIGURE 4.6 – Un condensateur réel possède, en plus de sa réactance, une résistance distribuée qui est équivalente à une résistance en série (ESR). [Illustration : Wikipedia]

La composante résistive du condensateur est nommée ESR pour "equivalent series resistance" et se mesure à l'aide d'une résistance placée en parallèle au condensateur (plus de détails à la réf. [21]) :

$$ESR = \frac{R_p}{1 + \omega^2 C_p^2 R_p^2} \quad (4.6)$$

où

R_p est la résistance du condensateur placé en parallèle,
 ω la pulsation du courant alternatif
 C_p la capacité du condensateur (idéal).

Quant au facteur de dissipation, il est défini comme le rapport entre la composante résistive et réactive du condensateur [22] :

$$\tan \delta = \frac{ESR}{X_c} \quad (4.7)$$

^v. Notez que ceci est un phénomène typique du courant alternatif. Lorsqu'on charge un condensateur avec du courant continu, toute l'énergie est rendue à la décharge.

Voici une liste de diélectriques envisageables pour des hauts voltages (table compilée à partir des références [9][23][24][25]) :

Milieu diélectrique	ϵ_r à 1 MHz	Rigidité [kV/mm]	$\tan \delta$ à 1 MHz
LDPE	2,25	18,9 - 26,7	$8 \cdot 10^{-5}$
PP	2,2 - 2,36	24	$2 \cdot 10^{-4}$
PVC	3,00 - 3,30	18 - 50	0,0150 - 0,0330
Verre	4,7	17,7	0,0036
Néoprène	6,26	15,7 - 26,7	0,038

Nous voyons que le diélectrique d'excellence pour fabriquer ses condensateurs est le LDPE (polyéthylène de basse densité), car il a toutes les qualités requises en plus d'être facile à trouver.

Lorsqu'on travaille avec des hauts voltages, il y a certaines considérations à prendre en compte si l'on veut construire un bon condensateur :

- Une distance plus courte entre les plaques mènera à une plus grande capacité. Toutefois, le risque de claquage^{vi} augmente de la même manière. Il y a une distance minimale à respecter. Au regard des condensateurs que j'ai construit, *je recommande au moins 0,15 mm de polyéthylène par kV (rms) du transformateur.*
- À cause de l'effet de pointe, le champ électrique sera beaucoup plus fort aux angles des plaques. Cela est très dangereux car les chances d'avoir un claquage à cet endroit sont fortes. *Il faut donc arrondir tous les bords et coins et avoir des surfaces exemptes de toute griffe.*
- Le diélectrique utilisé peut présenter des défauts (trous microscopiques, impuretés, etc), ce qui augmente encore une fois le risque de claquage. Pour une épaisseur donnée, *il est préférable de superposer plusieurs couches plus fines que d'avoir une seule couche épaisse* [9]. Si une des couches venait à être endommagée, il reste encore les autres.
- L'effet Corona autour des plaques dégrade progressivement les diélectriques adjacents, ce qui est une raison de plus de préférer un diélectrique en plusieurs couches. L'idéal pour un condensateur HV est de le plonger dans une huile isolante comme de l'huile de transformateur^{vii}. *Pour une capacité donnée, il est également préférable de construire plusieurs condensateurs avec un diélectrique plus fin, et les connecter en série que d'avoir un seul condensateur.* Cela distribue le voltage entre les différents condensateurs et diminue donc l'effet Corona, augmentant ainsi ses chances de survie pour une même tension. Il est recommandé d'avoir au plus 5 kV (rms) par condensateur [26].

1^{ère} version. J'ai construit ce tout premier condensateur avec Mael Flament. Il était composé de plaques mises en quinconce (voir Fig. 4.8). Les plaques de même polarité étaient connectées au moyen d'une tige filetée qui passait à travers des trous faits près du bord. Le diélectrique employé était du PVC.

Toutefois, la capacité du condensateur était bien inférieure à la valeur projetée. Je pense que les trous dans les plaques étaient trop larges pour permettre une bonne conduction.

Je ne l'ai finalement jamais utilisé sur Zeus mais j'ai récupéré ses plaques afin de construire un nouveau condensateur, amélioré.



FIGURE 4.7 – v.1 : jamais utilisé.

vi. Perforation du diélectrique à cause d'un éclair entre deux plaques, ce qui rend le condensateur inutilisable.

vii. Il s'agit d'huile minérale purifiée (généralement de silicone), qui a l'avantage de ne pas carboniser.

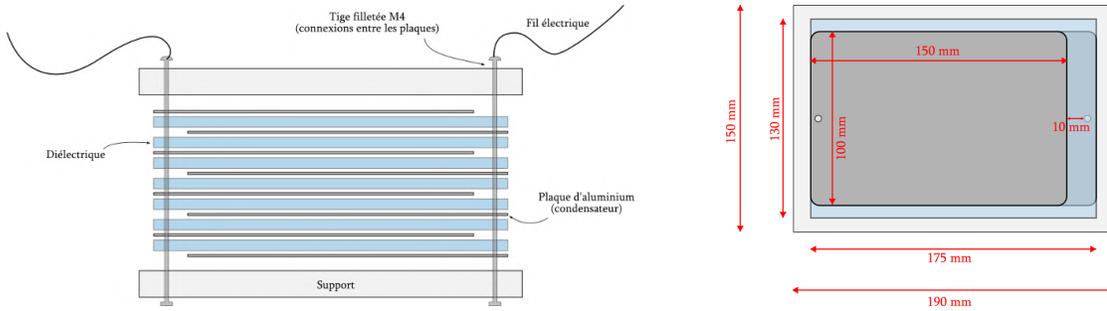


FIGURE 4.8 – Schéma de construction pour le condensateur v.2 (similaire à v.1).

2^{ème} version. Ce deuxième essai de condensateur reprend le même schéma de construction que le premier, à savoir des plaques en quinconce. La différence majeure avec le premier est que le diélectrique utilisé est du LDPE, qui est bien plus adapté que le PVC (plus grande rigidité et moins de pertes aux fréquences radio). De plus, les deux plaques de support sont cette fois en PVC et non plus en bois, ce qui permet de mieux compresser l'ensemble.

Le diélectrique est composé de quatre feuilles de LDPE de 0,2 mm d'épaisseur, ce qui donne un écartement total de 0,8 mm entre les plaques. Ce condensateur devait donc résister à des tensions d'au moins 11,34 kV. J'avais également aspergé les plaques d'aluminium d'un vernis isolant pour plus de sécurité.

Il était composé de 31 plaques, dont l'aire de recouvrement était de $100 \text{ mm} \times 125 \text{ mm} = 12500 \text{ mm}^2$. Sa capacité théorique était donc de (d'après (4.5)) :

$$C_{th} = 9,54 \text{ nF}$$

Je savais cependant que les défauts de construction allaient faire que la capacité réelle serait inférieure, aussi ais-je visé un peu "trop haut" pour atteindre une valeur proche de la valeur de résonance calculée en (4.3). En effet, l'aire de recouvrement est légèrement inférieure à la valeur prédite car d'une part, les bords sont arrondis et d'autre part, il est très difficile d'assembler les plaques dans un recouvrement parfait. De plus, le condensateur a tendance à "gonfler" à cause de la légèreté des composants, or la compression avec un support (deux plaques de PVC), n'est pas parfaite non plus. Sa capacité mesurée était finalement de

$$C_{mes} = (8,31 \pm 0,01) \text{ nF}$$

Pour connecter les plaques de même polarité entre elles, j'avais dans un premier temps utilisé des feuilles d'aluminium collantes (visibles sur la Fig. 4.9). Mais cette solution n'aurait eu de sens que si le condensateur était plongé dans de l'huile. Ces feuilles sont en effet très fines et se crispent très facilement, ce qui rend la surface conductrice très rugueuse. Lorsque j'allumai Zeus pour la première fois, des étincelles jaillirent sur toute cette bande, à cause de l'effet de pointe/effet Corona.

J'ai donc dû trouver un autre moyen et je repris le mode de connexion utilisé sur la 1^{er} version du condensateur : une tige filetée passant à travers des trous faits dans les plaques. Cette fois-ci, je fis des trous beaucoup plus petits afin que le contact électrique soit ferme, ce qui fut bien le cas. Toutefois,



FIGURE 4.9 – v.2 en construction et monté sur Zeus.

j'avais quelques appréhensions au sujet de cette conception car le risque d'éclair entre la tige et la plaque avoisinante (de polarité différente) était fort, aussi ais-je utilisé du ruban adhésif isolant sur les bords concernés (voir Fig. 4.10). Mes craintes étaient justifiées : après une dizaine de secondes, une lueur intense apparaissait au sein du condensateur, accompagnée d'une odeur de plastique brûlé : le condensateur avait claqué.

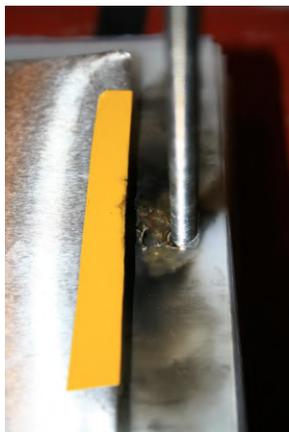


FIGURE 4.10 – v.2 mort.

Après plusieurs réparations successives et infructueuses, il devenait évident qu'il fallait penser à construire un condensateur radicalement différent.

3^{ème} version. Cet essai fut finalement le bon. Ce condensateur est en fait formé de deux condensateurs de même capacité connectés en série. Comme nous l'avons vu plus haut, cela distribue la tension sur les deux condensateurs. Ici, chacun ne doit donc supporter "que" 4500 V (rms), ce qui amoindrit considérablement l'effet Corona, néfaste pour le diélectrique.

La géométrie des plaques a également changé. Afin d'éviter le problème d'arcs entre la plaque et la tige, j'optai pour une configuration "à onglet", où la connexion entre plaques d'une même polarité est éloignée de la connexion entre les plaques de polarité opposée. Cette forme était beaucoup plus difficile à mettre en oeuvre, mais se révéla considérablement plus sûre. Cette configuration m'a été inspirée par Herbert Mehlose [27] et Jochen Kronjaeger [28]. Chaque condensateur comporte 37 plaques et l'aire de recouvrement est ici de $100 \text{ mm} \times 150 \text{ mm} = 15000 \text{ mm}^2$.

L'espace relatif entre les plaques a également été augmenté. Chaque condensateur a ses plaques séparées par trois feuilles de LDPE de 0,2 mm d'épaisseur, soit 0,6 mm. Comme ces deux condensateurs sont en série, c'est comme si l'espacement total était de 1,2 mm. L'ensemble résiste donc à au moins 22,7 kV (rms), ce qui le rend (quasiment) indestructible. Il est en effet conseillé de concevoir un condensateur pouvant supporter 2 à 3 fois la tension rms du transformateur [17].



FIGURE 4.11 – Une unité de v.3; les deux unités montées en série sur Zeus.

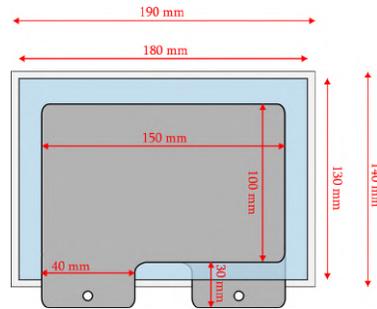


FIGURE 4.12 – Schéma de construction pour le condensateur v.3 (même code de couleurs qu'à la Fig. 4.8).

Voici la capacité prévue pour chaque unité selon (4.5) :

$$C_{th}^{unité} = 18,32 \text{ nF}$$

et la capacité des deux condensateurs reliés en série est donnée par :

$$C_{th}^{tot} = \frac{C_{th}^{unité}}{2} = 9,16 \text{ nF}$$

Outre les changements cités ci-dessus, j'ai également amélioré le support. Les plaques de PVC sont ici attachées par 8 vis au lieu de 4 ; la compression "en sandwich" est ainsi beaucoup plus efficace. Enfin, j'ai appliqué des quantités beaucoup plus importantes de vernis isolant que sur la version précédente. Un petit phénomène amusant était que la capacité des condensateurs semblait s'accroître légèrement de jours en jours. Je pense que cela est dû au fait que les plaques se soumettent de mieux en mieux à la compression qui leur est imposée. Voici les capacités mesurées :

$$C_{mes}^{unité 1} = (17,78 \pm 0,01) \text{ nF} \quad C_{mes}^{unité 2} = (18,10 \pm 0,01) \text{ nF}$$

Une fois les condensateurs assemblés, je remesurai la capacité totale :

$$C_{mes}^{tot} = (8,96 \pm 0,01) \text{ nF}$$



FIGURE 4.13 – Ce condensateur (en bas à droite) a bel et bien fait fonctionner Zeus. Pose de 1 s.

Lorsque Zeus fonctionnait, on pouvait voir des petits flashes au sein des condensateurs. Ceux-ci ne sont vraisemblablement pas dus à un éclair traversant le diélectrique puisque le condensateur fonctionnait toujours. Je penserais plutôt à des bulles d'air surchauffées qui éclatent. (Des idées ?)

Condensateurs Cornell-Dubilier 942C.

Bien que le condensateur "fait maison" fonctionnait bien, j'avais prévu d'en construire un de rechange à partir de condensateurs de commerce. Or il se trouva que ses performances étaient légèrement supérieures, je décidai donc de le garder comme condensateur définitif de Zeus.

Les condensateurs HV de commerce sont beaucoup plus complexes que le simple modèle à plaques que nous venons de voir, aussi faut-il tenir compte de certains nouveaux paramètres lors de l'achat de tels condensateurs. Pour une bobine de Tesla, ils doivent avoir les qualités suivantes [20] :

- Condensateur en polypropylène, avec des électrodes de type feuilles métalliques.
- Supporter des temps de charges/décharges extrêmement courts (haut dV/dt).
- Supporter de forts courants rms (10-15 ampères minimum) et de forts pics de courant (plusieurs centaines d'ampères).
- Aptitude à se réparer tout seul.

J'ai utilisé les condensateurs *Cornell Dubilier 942C20P15K-F* car ils répondent parfaitement à toutes ces attentes (voir fiche technique [29]) et a été testé et recommandé par Terry Fritz [30]. Ceux-ci peuvent supporter 2000 V^{viii} et ont une capacité de $0,15 \mu\text{F} \pm 10\%$. En en connectant 13 en série (voir le schéma en Fig. 4.4), on arrive à :

$$C_{mes} = (11,92 \pm 0,01) \text{ nF}$$

$$Tolerance = 26\,000 \text{ V}$$

La notion de dV/dt représente la vitesse à laquelle un condensateur se charge et se décharge (ses unités sont des V/s). Il ne s'agit pas réellement de la dérivée du potentiel mais plutôt de la valeur maximale que celle-ci peut avoir. Par exemple, sur un signal sinusoïdal $V(t) = A \sin \omega t$ comme on en a sur les bobines de Tesla, dV/dt correspond à la valeur de la dérivée $V'(t) = A\omega \cos \omega t$ évalué en $t = 2n\pi$ ($n \in \mathbb{N}$), c'est à dire $A\omega$.

Le *942C20P15K-F* affiche un dV/dt de $2879 \text{ V}/\mu\text{s}$. Vérifions que l'on ne dépasse pas cette valeur dans le cas de Zeus. L'amplitude de la tension du NST est définie comme $V_{max} = \sqrt{2}V_{rms} = 12\,728 \text{ V}$. Mais avec 13 condensateurs en série, chacun ne prend qu'un treizième de cette valeur, soit 979 V . Quant à la vitesse angulaire, on a $\omega = 2\pi f$, où f est la fréquence de résonance. Nous verrons plus tard qu'elle est égale à 300 kHz . Nous avons donc

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= 2\pi f \frac{V_{max}}{13} \\ &= 1846 \text{ V}/\mu\text{s} \end{aligned}$$

Ce qui est bien inférieur à la valeur de la fiche technique.

Détails sur la construction. Lorsqu'on construit un tel condensateur, l'utilisation de résistances de saignée ("bleeder resistor" en anglais) est un élément important. Celles-ci sont de grandes résistances, de 1 à $10 \text{ M}\Omega$, connectées en parallèle à chaque condensateur (voir Fig. 1.15). Leur rôle est d'assurer un temps de charge/décharge un peu plus doux et d'empêcher les condensateurs de retenir une charge trop



FIGURE 4.14 – Un exemplaire des condensateurs utilisés sur Zeus.

viii. Il s'agit de la tolérance en courant continu, mais dans le cas d'une bobine de Tesla, on a affaire à des impulsions et on peut donc utiliser cette valeur comme référence [20].

importante [20]. En outre, ils déchargeront les condensateurs après utilisation, ce qui rend l'appareil plus sûr. J'ai utilisé des résistances de 10 M Ω , 0,5 Watts (voir fiche technique [31]). Il est recommandé de prendre ses précautions quant au problème d'arc entre un condensateur et sa résistance [20], aussi les ais-je soudés de part et d'autre de la plaque en PVC servant de support.

Dans le même ordre d'idée d'adoucir la vie des condensateurs, il est recommandé de connecter une petite résistance de quelques Ohms en série sur l'éclateur de sécurité. Celle-ci doit avoir une puissance importante (une centaine de Watts) et être spécifiquement non-inductive afin d'éviter la création d'un circuit LC parasite aux alentours des condensateurs [20]. J'ai utilisé une résistance de 20 Ω , 100 W de type "thick-film" (voir fiche technique [32]), visible à l'extrême gauche du fil marron sur la Fig. 4.16.



FIGURE 4.15 – v.4 en construction.



FIGURE 4.16 – v.4 monté sur Zeus.

4.2.2 Charge à résonance

Ouvrons une petite parenthèse au sujet de la "bonne" capacité du condensateur primaire. A la section précédente, nous avons choisi la capacité du condensateur primaire telle qu'il se produise une amplification par résonance à 50 Hz dans le circuit primaire. Cela assure bien que toute l'énergie du transformateur est utilisée, car les impédances du transformateur et du condensateur sont identiques. Ce choix est cependant risqué car en cas de faute de l'éclateur, le voltage et le courant explosent à des valeurs effrayantes en quelques dixièmes de secondes, ce qui peut détruire les condensateurs primaires ainsi que le transformateur.

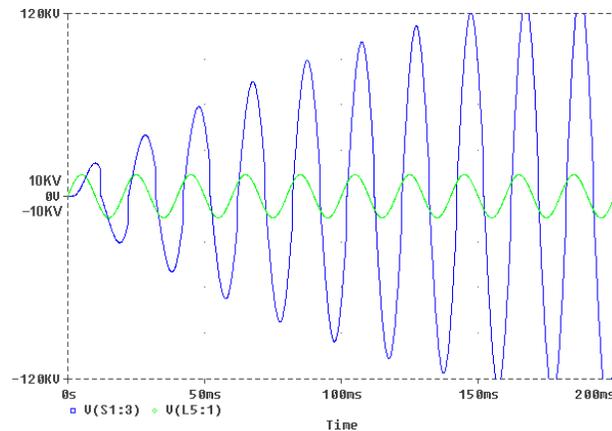


FIGURE 4.17 – Graphique de la tension de sortie du générateur (vert) et la tension réelle (bleu) en fonction du temps en cas de résonance (simulation pour un NST de 10 kV, 100 mA ; L = 318 H ; R = 5000 Ω). [Image : Richard Burnett]

L'illustration suivante montrent les valeurs maximales que peuvent atteindre le voltage et le courant dans un circuit primaire alimenté par un NST de 10 kV, 100 mA, en série avec un condensateur résonnant. L'inductance des ballasts est de 318 H et la résistance totale de 5000 Ω . Nous voyons qu'en l'absence d'éclateur (ou de tout mécanisme évacuant l'énergie), le voltage monte ici jusqu'à 200 kV et le courant jusqu'à 2 A [19].

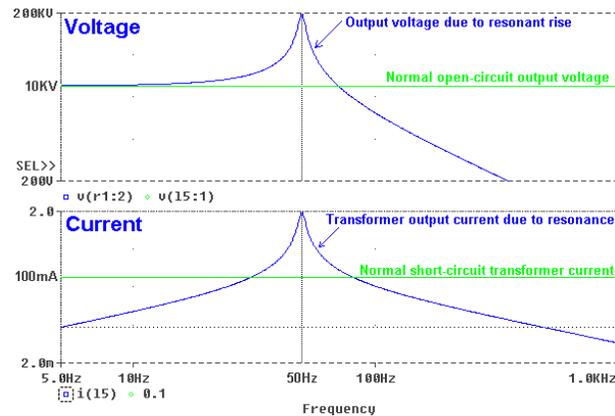


FIGURE 4.18 – L'utilisation d'un condensateur de capacité résonante emmène des tensions et des courants bien au-delà de ce que les composants peuvent supporter (simulation). [Image : Richard Burnett]

En temps normal, l'éclateur tirera au delà d'une certaine tension, faisant de ce fait retomber le courant et le voltage aux bornes du transformateur à des niveaux normaux. Mais il peut arriver que, pour une raison ou pour une autre, l'éclateur manque à tirer au bon moment. Cela est beaucoup plus fréquent qu'on pourrait le croire, surtout avec les éclateurs statiques comme celui de Zeus, qui ont tendance à tirer de manière assez erratique, comme le montre la figure suivante.

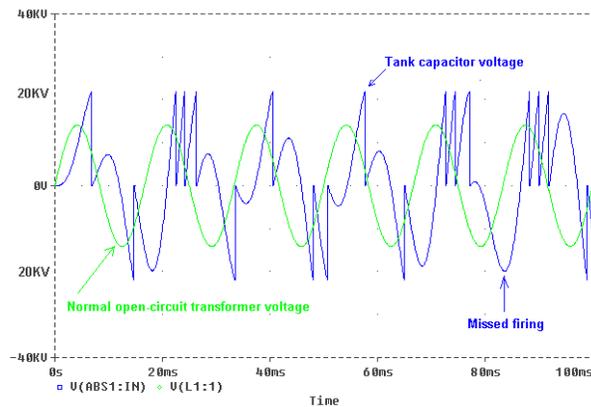


FIGURE 4.19 – Graphique de la tension de sortie du générateur (vert) et de la tension aux bornes du condensateur (bleu) avec un éclateur statique. La situation est ici beaucoup plus réaliste que celle décrite à la Fig. 4.20. [Image : Richard Burnett]

Conclusions.

Le phénomène d'amplification à résonance dans le circuit primaire est essentiel pour assurer un bon fonctionnement de la bobine de Tesla, mais il doit pouvoir rester sous contrôle afin de ne pas endommager les composants. Il est notamment recommandé de placer des dispositifs de sécurité autour des composants sensibles.

C'est la raison pour laquelle on place généralement un éclateur de sécurité aux bornes du condensateur (visible sur la Fig. 4.4). Le circuit de protection du NST est plus complexe et nous y reviendrons plus tard.

Il est également conseillé d'utiliser un condensateur non-résonant, à savoir dont la capacité n'entraînera pas une amplification résonante si brutale. Cette capacité (généralement appelée LTR pour "larger than resonance") varie selon le type d'éclateur utilisé, car leurs fautes n'entraîneront pas les mêmes effets. Pour un éclateur statique, les valeurs typiques de la LTR se situent entre 1,5 et 2 fois la capacité de résonance calculée selon (4.2) [17]. Kevin Wilson recommande d'utiliser 1,618 fois la capacité de résonance car cette valeur (estimation du nombre d'or) assure que les deux capacités n'auront aucun multiple entier en commun [20]. Selon cette approche, la capacité LTR optimale pour Zeus se situe aux alentours de

$$C_{LTR} = 14,30 \text{ nF}$$

La capacité du condensateur de Zeus vaut environ 1,35 fois la capacité de résonance, ce qui est peut-être un peu trop proche de la valeur résonante. Les dispositifs de sécurité semblent toutefois démontrer leur efficacité puisqu'aucun composant sensible n'a été détruit (jusqu'à présent).

Comme nous l'avions mentionné, augmenter de la sorte la capacité du condensateur n'a que très peu d'influence sur les performances globales de la bobine de Tesla. Richard Burnett a d'ailleurs montré que, avec un éclateur statique, la puissance délivrée dépend beaucoup plus de l'espacement de l'éclateur que de la capacité du condensateur [19].

4.2.3 Inductance

Le rôle de l'inductance primaire est de générer un champ magnétique prêt à être injecté dans le circuit secondaire et de constituer un circuit LC avec le condensateur primaire. Ce composant doit pouvoir transporter d'intenses courants avec le moins de pertes possibles. La mise à résonance s'effectue traditionnellement sur ce composant comme nous le verrons plus tard.

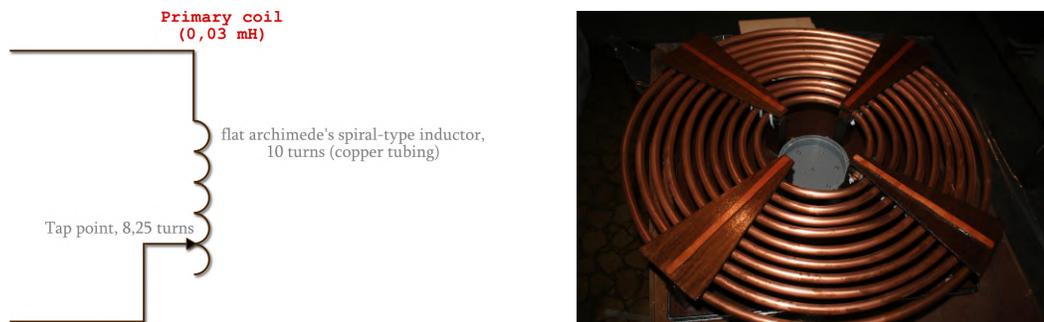


FIGURE 4.20 – Schéma et photo de l'inductance primaire de Zeus.

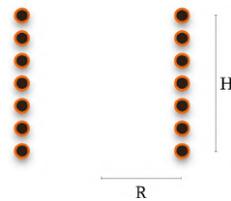
La spirale primaire a été réglée sur 8,25 tours et présente une auto-inductance mesurée de

$$L_{mes} = (0,03 \pm 0,01) \text{ mH}$$

Cette valeur très approximative a été mesurée au moyen d'un petit bridge LCR. Il serait bien entendu mieux de la mesurer avec une appareillage plus précis, mais la mise à résonance s'effectue généralement selon un procédé essai-erreur. Connaître l'inductance exacte n'est donc pas de la première importance

Différentes géométries sont possibles pour l'inductance primaire. Nous allons passer en revue les plus courantes d'entre elles avant d'approfondir le cas de Zeus. Notez que les formules fournissant l'autoinductance de chacune d'entre elles sont approximatives et servent juste à donner une bonne idée du nombre de tours requis pour effectuer la mise à résonance.

Géométrie hélicoïdale. L'inductance ressemble à un solénoïde avec des tours très espacés. Une telle géométrie implémentera un couplage très fort entre le primaire et le secondaire, ce qui n'est pas toujours conseillé, comme nous l'avons vu au chapitre précédent, section 3.3.5 [Influence du couplage](#). Outre les problèmes de surcouplage, avoir un primaire haut sur le montage augmente les chances d'avoir un éclair entre le charge et le primaire, ce qui est potentiellement catastrophique. En effet, on applique une tension colossale dans un circuit qui n'a pas été construit pour les supporter, ce qui peut mener à la destruction pure et simple du transformateur ou du condensateurs s'ils ne sont pas correctement protégés. Pour pallier à cet inconvénient, il est possible de surélever le secondaire, au sein du primaire, voir carrément au dessus. Mais il semble que cette géométrie ne fournisse généralement pas de très bonnes performances [8].



Si l'hélice comporte N tours, et que l'on désigne par R le rayon de l'hélice et H sa hauteur totale (tous deux en centimètres), la formule empirique donnant son auto-inductance L en microhenrys à partir de ces paramètres est la suivante [9].

$$L_{helic} = \frac{0,374(NR)^2}{9R + 10H} \quad (4.8)$$

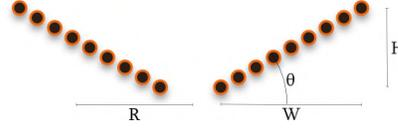
Géométrie en spirale plane d'Archimède. C'est sur ce modèle qu'a été conçu l'inductance primaire de Zeus. Cette géométrie induit naturellement un couplage plus faible et réduit le risque d'arc sur le primaire ; elle est donc privilégiée sur les bobines de forte puissance. Elle est toutefois couramment vue sur des bobines plus faibles en raison de sa facilité de construction. Il est possible d'augmenter le couplage en abaissant le secondaire dans le primaire.



Soit W la largeur de la spirale donnée par $W = R_{max} - R_{min}$ et R le rayon moyen de la spirale, donné par $R = (R_{max} + R_{min})/2$, tous deux exprimés en centimètres. Si N est le nombre de tours, on a la formule empirique suivante pour l'auto-inductance de la spirale en microhenrys [9] :

$$L_{flat} = \frac{0,374(NR)^2}{8R + 11W} \quad (4.9)$$

Géométrie hybride. Cette configuration en forme de cône inversé est un compromis entre les deux. Elle permet un bon couplage entre primaire et secondaire, tout en étant sûre. C'est la configuration la plus courante pour les bobines de faible puissance. A posteriori, je me rends compte qu'une spirale hybride aurait été préférable pour Zeus, bien que sa construction eut été plus délicate.



En définissant les paramètres H , W , R et N de la même manière que précédemment, on calcule l'auto-inductance d'une spirale conique en faisant une moyenne entre les valeurs L_{helic} et L_{flat} pondérée par l'angle θ de la spirale avec l'horizontale [33][9].

$$L_{hybrid} = \sqrt{L_{helic} \cos^2 \theta + L_{flat} \sin^2 \theta} \quad (4.10)$$

Cas de Zeus.

L'inductance primaire de Zeus a une géométrie en spirale plane, arrêtée à 8,25 tours. Son rayon interne $R_{min} = 7$ cm et son rayon externe (à 8 tours) $R_{max} = 44$ cm. De là, on trouve $W = 37$ cm et $R = 25,5$ cm selon les définitions données précédemment. Son inductance théorique vaut alors :

$$L = \frac{0,374(8,25 \times 25,5)^2}{8 \times 25,5 + 11 \times 37} = 27,1 \mu\text{H}$$

La mesure s'accorde donc bien avec l'inductance prédite. Il faut toutefois garder à l'esprit que l'inductance réelle du circuit primaire sera légèrement supérieure à cette valeur. En effet, on n'a mesuré que l'inductance de la spirale, sans tenir compte des câbles entre les composants. (Ceux-ci forment grosso modo un chemin fermé à l'intérieur duquel peuvent se trouver des composants ferromagnétiques (vis, boulons, etc).) Or cette inductance sera en quelque sorte gaspillée, car elle ne servira pas à faire résonner le secondaire, puisqu'elle est en plus éloignée.

Il y a quelques détails à prendre en considération pour garder cette auto-inductance parasitique aussi petite que possible. éviter que ces câblages forment des boucles ou des noeuds et les faire aussi courts que possible. Il est également recommandé d'éviter de placer des fils côte à côte afin de limiter les courants induits l'un dans l'autre [34].

Effet de peau.

Pour minimiser les pertes d'énergie, il est essentiel de réduire le plus possible la résistance du circuit primaire. Cela suppose l'utilisation de bons conducteurs ainsi qu'une grande aire de conduction. Il n'est cependant pas difficile d'imaginer les implications d'un tel choix. Par exemple, admettons que l'on veuille réaliser une spirale à partir d'une tige de 1,2 cm de diamètre de cuivre massif d'une douzaine de mètre de long (ce qui correspond en fait aux dimensions de la spirale de Zeus). Cette spirale pèserait 12 kg et demanderait un appareillage avancé pour la plier à la forme désirée. Et ne parlons même pas du coût.

Fort heureusement, il est possible d'utiliser une propriété du courant propre aux hautes fréquences. L'effet de peau caractérise le fait que, aux hautes fréquences, le courant ne circule que sur une fine couche à l'extérieur du conducteur^{ix}. Nous verrons que cela justifie l'usage de tuyaux de cuivre creux (utilisés en plomberie), bien plus faciles à manipuler.

ix. En fait, ce n'est pas tout à fait exact. La surface du conducteur sur laquelle le courant va circuler dépend du champ magnétique ambiant. Par exemple, dans le conducteur externe d'un câble coaxial, c'est sur la surface *interne* que le courant circule.

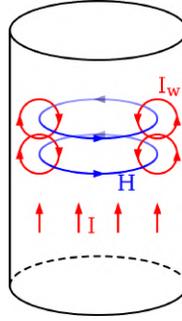


FIGURE 4.21 – Le courant alternatif I crée un champ magnétique alternatif H , qui va lui-même générer des courants de Foucault I_w . [Image : Wikipedia]

L'effet de peau s'explique facilement par le phénomène d'induction magnétique. Lorsqu'un courant alternatif circule dans un conducteur, il génère un champ magnétique tout autour de lui, qui est aussi alternatif. La loi de Lenz prévoit alors que ces variations du champ magnétique entraînent l'apparition d'un fém qui tendra à atténuer ces variations. Apparaissent donc des courants de Foucault ("eddy currents" en anglais), qui auront pour effet de réduire le courant au centre du conducteur, comme représenté sur la Fig. 4.18. Lorsque le courant \vec{I} change de sens, \vec{H} change également d'orientation et il en va donc de même pour \vec{I}_w , de sorte que le courant est bel et bien amoindri au centre du conducteur quel que soit son sens.

On peut montrer que la densité de courant $J(d)$ dans un conducteur cylindrique diminue selon une loi en $1/e$ à mesure que l'on s'écarte de sa surface [35] :

$$J(d) = J_S e^{-d/\delta} \quad (4.11)$$

où

- d représente la profondeur (i.e le distance depuis la surface),
- J_S la densité de courant à la surface du conducteur, $J_S \equiv J(d = 0)$,
- δ la profondeur de peau ("skin depth" en anglais), qui est un paramètre.

En prenant $d = \delta$ dans (4.11), on voit que la δ représente la profondeur à laquelle la densité de courant ne vaut plus que 0,37 ($1/e$) fois la densité en surface. Calculer la profondeur de peau est compliqué dans le cas général. Toutefois, dans le cas d'un bon conducteur et à des fréquences raisonnables ($< 10^{18}$ Hz), la formule suivante est une très bonne approximation [35] :

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu\omega}} \quad (4.12)$$

où

- ρ représente la résistivité du conducteur ($1,7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$ pour le cuivre [24])
- μ la perméabilité magnétique du conducteur ($1,26 \cdot 10^{-6} \text{ H/m}$ pour le cuivre [24])
- ω la vitesse angulaire du courant, égale à $2\pi f$.

Calculons la profondeur de peau pour le cuivre, puisque c'est le matériau composant l'inductance primaire de Zeus, à la fréquence à laquelle le courant y circule, 300 kHz :

$$\delta_{\text{Cu}} \approx 0,12 \text{ mm}$$

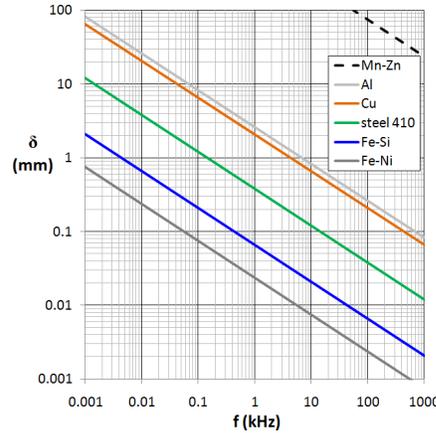


FIGURE 4.22 – Graphique log-log de la profondeur de peau δ en fonction de la fréquence f pour différents matériaux. [Image : Wikipedia]

Nous pouvons également calculer le rapport entre le courant qui passe dans un tube plein et celui qui passe dans un tuyau creux. Le tuyau utilisé pour la spirale de Zeus fait environ 1 mm d'épaisseur et a un diamètre de 12 mm (Fig. ci-contre).

On trouve le courant I en intégrant $J(r)$ sur la surface considérée. Posons $d = R - r$, où R est le rayon du cylindre (6 mm) et r la distance radiale, que l'on intègre. Nous avons

$$I_{plein} = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^6 r dr J_S e^{-(R-r)/\delta} \quad \text{et} \quad I_{tuyau} = \int_0^{2\pi} d\theta \int_5^6 r dr J_S e^{-(R-r)/\delta}$$

En effectuant ces intégrales, nous trouvons :

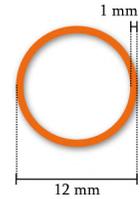
$$I_{plein} = 2\pi J_S \delta \left[(r - \delta) e^{(r-R)/\delta} \right]_0^6$$

$$I_{tuyau} = 2\pi J_S \delta \left[(r - \delta) e^{(r-R)/\delta} \right]_5^6$$

Nous ne regardons que le rapport des deux, afin de faire disparaître de J_S que l'on ne connaît pas :

$$\begin{aligned} \frac{I_{tuyau}}{I_{plein}} &= \frac{\left[(r - \delta) e^{(r-R)/\delta} \right]_5^6}{\left[(r - \delta) e^{(r-R)/\delta} \right]_0^6} \\ &= \frac{(6 - \delta) - (5 - \delta) e^{-1/\delta}}{(6 - \delta) - \delta e^{-6/\delta}} \\ &\approx \frac{5,8788}{5,8800} \\ &\approx 99,98 \% \end{aligned}$$

Autrement dit, utiliser un tube plein ne fait gagner que 0,02 % de courant sur le tuyau creux de 1 mm d'épaisseur, une valeur totalement ridicule. Utiliser un tuyau creux est donc parfaitement adapté. Le revers de la médaille est que, puisque le courant est forcé de se déplacer sur une surface beaucoup plus petite que celle à laquelle il aurait droit en courant continu, la résistance efficace augmente avec la fréquence (et ce, quelle que soit la section du conducteur utilisé) [35].



4.3 Éclateur

Le rôle de l'éclateur est de fermer le circuit LC primaire lorsque le condensateur est suffisamment chargé, permettant ainsi des oscillations libres à l'intérieur dans ce circuit. Il s'agit d'un composant essentiel sur une bobine de Tesla car la qualité de la fermeture/ouverture aura une influence considérable sur le résultat final [36].

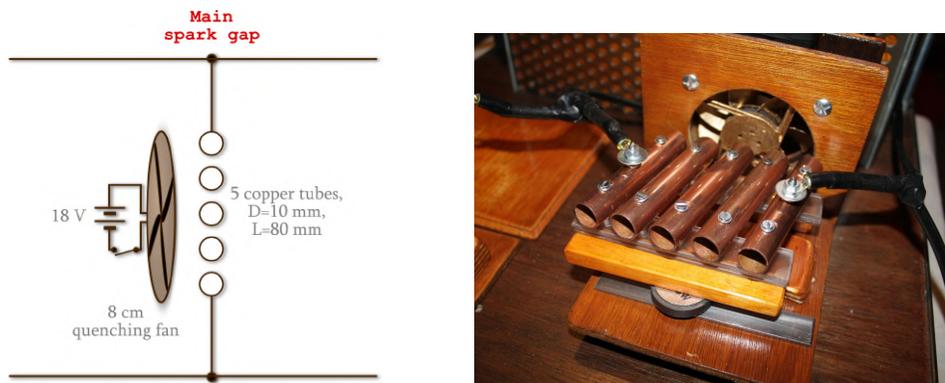


FIGURE 4.23 – Schéma et photo de l'éclateur (statique) de Zeus.

Un éclateur idéal doit tirer dès que la tension est maximale dans le condensateur et se réouvrir dès que celle-ci retombe à zéro. Ce n'est bien sûr pas le cas d'un éclateur réel, qui peut ne pas tirer lorsqu'il devrait et continuer à tirer alors que la tension a diminué ; nous verrons quels facteurs déterminent la qualité d'un éclateur.

Deux types d'éclateur.

Type statique. Dans un éclateur statique, on a deux électrodes (ou plus) disposées à une certaine distance fixée. Lorsque la différence de potentiel entre celles-ci dépasse une certaine valeur critique, l'air s'ionise et devient donc conducteur. Ceci ferme l'éclateur, permettant ainsi au courant de passer.

Le champ électrique de claquage de l'air dépend d'un grand nombre de paramètres (humidité, température, composition de l'air, etc) et il est difficile de le prévoir dans le cas général. La valeur généralement admise est de $E_c = 3 \cdot 10^5$ V/m [37], ce qui est tout au plus un ordre de grandeur, le phénomène de claquage étant en réalité très complexe. Se servir de cette valeur dans la conception de l'éclateur^x ne fournira généralement pas les résultats attendus. En effet, outre les facteurs relatifs à la composition de l'air, la géométrie des électrodes influencera l'intensité du champ pour une différence de potentiel donnée.

Il est bien plus productif de construire un éclateur *ajustable* et de trouver l'écart optimal après-coup. Pour ce faire, on commence par placer les électrodes à une distance que l'on sait trop courte, on allume la bobine et on observe le résultat. Ensuite, on effectue des essais successifs où on écarte à chaque fois un peu l'éclateur. On trouve ainsi par tâtonnement l'écartement optimal.

Si l'éclateur est trop serré, il tirera alors que le condensateur n'est pas plein, ce qui diminue drastiquement les performances de la bobine. Si l'éclateur est trop écarté, il ne tire plus et la bobine ne fonctionne

x. Par exemple mettre 1 cm d'écart entre les électrodes en se disant que l'air claquera nécessairement lorsque 30 000 V sépareront ces électrodes.

tout simplement pas. Le dernier cas est plus risqué pour les composants, comme nous l'avons vu à la section 4.2.2 *Charge à résonance*. Toutefois si le circuit primaire est correctement conçu, ce sont les éclateurs de sécurité qui prendront le relais : ils protégeront les composants fragiles en les court-circuitant du primaire.

Les éclateurs statiques sont faciles à construire mais sont généralement beaucoup moins performants que leur homologues rotatifs [36]. Ils ont tendance à tirer de manière erratique, et à rester fermés même lorsque la tension est redescendue. De plus, le ou les chemins d'air ionisé présentent une certaine résistance.

Type rotatif. Sur ce type d'éclateur, ce n'est plus la tension qui ferme le circuit. Ici, nous avons basiquement une tige conductrice qui tourne très rapidement entre deux électrodes. Lorsque la tige est au plus près de ces deux électrodes, le courant passe par un tout petit chemin d'air ionisé. Lorsque la tige se désaligne, le courant ne peut plus passer ce qui rouvre l'éclateur.

Il existe un grand nombre de variations dans la conception d'un éclateur rotatif (plusieurs tiges, plusieurs paires d'électrodes, moteur synchrone ou asynchrone, etc).

Ce type d'éclateur est bien plus précis et performant que la configuration statique, mais est plus difficile à construire et à régler. Il faut en effet que la tige soit alignée juste au moment où la tension est maximale dans le condensateur, ce qui est plus délicat à mettre en oeuvre.

Détails de la construction.

L'éclateur de Zeus est du type statique. Comme nous l'avons mentionné plus haut, ce type d'éclateur a tendance à rester fermé même après que la différence de potentiel à ses bornes soit redescendue. Cela est dû au fait que le chemin d'air ionisé persiste et requiert une tension bien moindre pour subsister que pour être créé.

Pour améliorer ses performances, il faut "tremper" l'éclateur ("quenching" en anglais), c'est à dire le forcer à s'ouvrir. Il y a plusieurs stratégies pour ce faire.

La plus simple d'entre elles est de souffler en continue une très grande quantité d'air entre les électrodes, de façon à chasser l'air ionisé de l'éclateur. Il est également possible d'aspirer cet air avec, par exemple, un moteur d'aspirateur. Cette configuration donne de très bons résultats [38].

Souffler de l'air dans l'éclateur est une excellente chose. En plus de le tremper, cela va également le refroidir. En effet, la tension de claquage de l'air diminue avec sa température et les forts courants qui traversent l'éclateur le font chauffer. Cela fait qu'après quelques secondes, l'éclateur tire avec une tension plus faible, ce qui diminue les performances [36]. Le bruit des éclairs devient aussi notablement plus faible et plus aigu. Refroidir l'éclateur prévient donc ces désagréments.

Il est également possible d'utiliser n électrodes au lieu de deux. Le grand arc est ainsi subdivisé en $n - 1$ petits arcs qui s'éteindront d'eux-mêmes plus facilement. Le désavantage de cette configuration est que l'on crée en fait autant de résistances en série : tous ces éclairs dissipent de l'énergie sous forme de chaleur, lumière et bruit. Il est également recommandé d'avoir un système d'évacuation de l'air ionisé, surtout pour les bobines de forte puissance. Celui-ci ne doit alors plus nécessairement être aussi puissant que celui décrit plus haut. Le design *Richard-Quick* est ainsi composé de plusieurs tubes de cuivre placés parallèlement les uns aux autres [39]. C'est cette conception que j'ai repris pour l'éclateur de Zeus.

L'éclateur doit supporter des courants énormes, présentant des pics de près de 300 Ampères. Cela provoque l'apparition rapide d'une corrosion prononcée, qui tend à réduire notablement les performances de la bobine de Tesla. Il est nécessaire d'entretenir régulièrement les surfaces inter-électrodes, par exemple en les ponçant.



FIGURE 4.24 – Forte corrosion entre les tubes de cuivre.

1^{ère} version. Le premier éclateur que je construisit était composé de 5 tubes de cuivre identiques, de 10 mm de diamètre et de 80 mm de long. Ceux-ci étaient vissés sur une membrane souple selon un design trouvé sur la ref [40]. En incurvant plus ou moins cette membrane, on peut régler l'écartement entre les tubes qu'elle supporte. Le tout était placé devant un ventilateur 12 V (type ordinateur), de 80 mm de diamètre. Celui-ci est en fait alimenté par deux piles LR61 (9 Volts) placées en série.

La membrane supportant les tubes doit être isolante et résistante au feu. Tout ce que je puis trouver fut du "foamed PVC", qui semblait assez souple et était labellisé auto-extinguible. Sa flexibilité ne fut toutefois pas excellente et ne suffisait pas à régler de manière suffisamment large l'écart entre les tubes. En voulant la plier d'avantage, je finis par la fissurer.

Cet éclateur n'était pas spécialement pratique à entretenir non-plus. Il faut en effet périodiquement poncer les surface de l'éclateur afin de garantir une bonne conductivité. Or cette opération avait tendance à déloger les tubes de leur plaque. Il était donc naturel de penser à un autre design.



FIGURE 4.25 – v.1 monté sur Zeus.

2^{ème} version. Ce nouvel éclateur est composé des mêmes tubes de cuivre que le précédent. La différence est qu'ici, ils sont vissés de manière lâche aux deux extrémités sur des supports en PVC. Celui proche du ventilateur est fixe alors que celui au devant est mobile. Au dessous de ce dernier support est collé un aimant, qui peut glisser sur une barre métallique, elle-même collée sur la planche de bois servant de support au tout.

L'écartement entre les tubes est ainsi réglé en faisant cisailier l'ensemble. Ce modèle s'est avéré beaucoup plus précis et facile à entretenir que le précédent.



FIGURE 4.26 – v.2 monté sur Zeus.



FIGURE 4.27 – Alimentation du ventilateur.

4.4 Circuit secondaire

4.4.1 Bobine

Le rôle de la bobine secondaire est de fournir une composante inductive au circuit LC secondaire et de collecter l'énergie du primaire au moyen de sa grande inductance. Il s'agit du premier composant que je construisit.

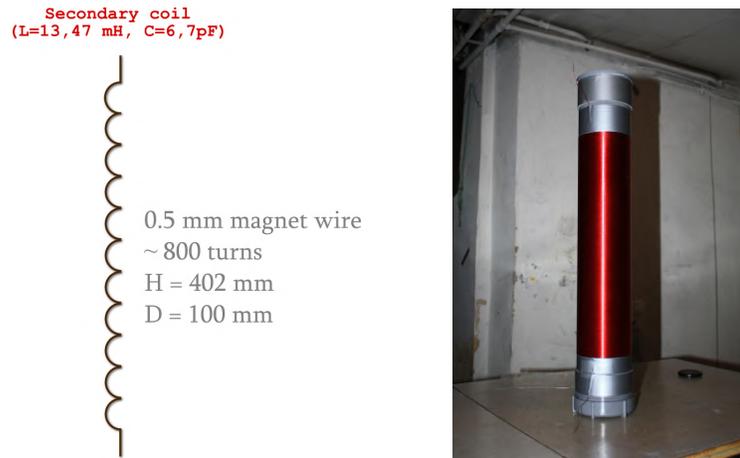


FIGURE 4.28 – Schéma et photo de la bobine secondaire de Zeus.

Cet inductance est un solénoïde sans noyau métallique ("air-cored" en anglais) formé d'un grand nombre de spires jointives, généralement entre 800 et 1500. Le matériau utilisé est du fil de cuivre émaillé, de 0,5 mm de diamètre (SWG 24) enroulé sur un tuyau en PVC de 100 mm de diamètre externe. La bobine fait 40,2 cm de haut au total.

Pour connaître le nombre N de spires que l'on a enroulé, il va de soi qu'on ne les compte pas une à une sur la bobine. On la calcule très simplement avec

$$N = H/d \quad (4.13)$$

où H représente la hauteur totale de la bobine et d le diamètre du fil utilisé. Dans notre cas, le nombre de spires s'élève à 790 tours (à quelques tours près). Le nombre de spires est relativement faible (un peu trop ?), mais le diamètre de la bobine est plutôt large en regard de la puissance délivrée, ce qui permet d'avoir une bonne auto-inductance tout en limitant la capacité parasitique.

Un autre paramètre important est la longueur l du fil que l'on doit se procurer afin de réaliser la bobine. Celui-ci est donné par

$$l = 2\pi Nr \quad (4.14)$$

où r représente le rayon de la bobine. La bobine secondaire de Zeus a ainsi nécessité 248 mètres de fil.

On peut montrer que l'auto-inductance L en Henrys d'un solénoïde à spires jointives est donné par :

$$L = \mu \frac{N^2 A}{H} \quad (4.15)$$

où μ représente la perméabilité magnétique du milieu ($\approx 1,257 \cdot 10^{-6}$ N/A² pour l'air, très proche de celle du vide), N le nombre de tours de ce solénoïde, H sa hauteur totale, et A l'aire d'une spire.



FIGURE 4.29 – Les résultats d’un surcouplage : des éclairs se sont produits entre les inductances primaire et secondaire, brûlant ce dernier en plusieurs endroits.

En replaçant par nos valeurs, nous trouvons

$$L_{th} = 15,17 \text{ mH}$$

ce qui est assez proche de la valeur mesurée avec un bridge LCR :

$$L_{mes} = (11,92 \pm 0,01) \text{ mH}$$

Caractéristiques

Résistance. Durant les premiers essais de Zeus, j’avais placé la bobine secondaire plus bas dans la spirale primaire en vue d’augmenter le couplage entre les deux inductances. Cette tentative n’a pas eu l’effet escompté : j’avais en effet des arcs (d’environ 3 cm de long) entre la spirale primaire et la bobine secondaire. Ceux-ci résultaient du couplage déjà trop haut entre les deux bobines. Je remis donc l’inductance secondaire à sa place initiale, où il n’y a plus eu de problèmes.

Ces éclairs ont endommagé la bobine à différents endroits (voir Fig. 4.28), mais n’ont fort heureusement pas sectionné la bobine. Ce genre d’incident est assez fréquent hélas mais il n’eût que des conséquences minimales dans mon cas. La seule conséquence notable étant que la résistance totale de la bobine a augmenté, passant d’environ 20 Ohms à 25.

Toutefois, cette valeur a été mesurée au moyen d’un Ohmmètre, en courant continu. Or, c’est du courant alternatif aux fréquences radios qui circule dans la bobine. Il existe une mesure plus rigoureuse de la résistance réelle de la bobine sous ces conditions. Celle proposée par Fraga, Prados et Chen [41] tient compte de l’effet de peau et de proximité et s’est montrée précise dans le cas de solénoïdes. Le simulateur JAVATC a donné la valeur suivante ("Fraga AC resistance") :

$$R_{ac} = 94,856 \Omega$$

Inductance et capacité à résonance. L’auto-inductance calculée en 4.16 et mesurée en 4.17 n’est, une fois de plus, valable qu’à basse fréquence. L’auto-inductance de la bobine secondaire lorsqu’elle conduit du courant à sa fréquence de résonance est légèrement différente, du fait de la répartition non-uniforme du courant et du fait que la longueur de la bobine (ici 250 m) est une fraction appréciable de la longueur d’onde des signaux qui la parcourent [42]. Une fois de plus, une formule plus précise doit être utilisée à la place. Le simulateur JAVATC a donné la valeur suivante ("Effective series inductance") :

$$L_{es} = 13,471 \text{ mH}$$

Il est également intéressant de connaître la capacité (parasitique) de la bobine elle-même. Ici encore, la distribution particulière du courant ne permet pas d'avoir une formule simple [43]. Le simulateur JAVATC a donné la valeur suivante ("Effective shunt capacitance" sans charge terminale) :

$$C_{es} = 6,74 \text{ pF}$$

Facteur Q. Nous pouvons à présent calculer la facteur Q de la bobine de Zeus, selon la formule (3.51) que nous avons établi au chapitre précédent : $Q = R^{-1} \sqrt{L/C}$. Pour obtenir un résultat cohérent, nous utiliserons les valeurs de R, L et C précédemment déterminés (avec la capacité de la charge terminale en plus pour C). Nous obtenons alors

$$Q = 285$$

Ce qui est une bonne valeur et gage de faibles pertes. Il est difficile de dépasser 500 avec des conducteurs.

Notons qu'il est également possible de mesurer expérimentalement le facteur Q selon un procédure détaillée à la ref [44].

Antenne quart-d'onde.

Nous avons vu à la section 3.4 Antenne quart-d'onde comment nous pouvions appliquer ce modèle à la bobine de Tesla. A la section suivante, nous calculons la fréquence de résonance f du circuit secondaire à environ $3,19 \cdot 10^5$ kHz. La longueur d'onde correspondante vaut $\lambda = c/f$, ou c est la vitesse de propagation de l'onde (ici, $c \approx 2,998 \cdot 10^8$ m/s), c'est-à-dire environ 940 m. Autrement dit

$$\lambda/4 = 235 \text{ m}$$

Or, comme la bobine de Zeus comporte environ 248 mètres de fil, nous en concluons qu'elle est correctement accordée sur le modèle de l'antenne quart-d'onde. Mais comme nous l'avions mentionné plus haut, ceci n'est pas nécessaire, c'est pourquoi nous nous sommes contentés de calculs approximatifs^{xi}.

Construction.

Ce composant n'est pas spécialement technique à réaliser mais demande beaucoup de patience. Ces 800 spires ont été enroulées sans l'aide d'une quelconque machine. La construction s'est étalée sur quelques jours.

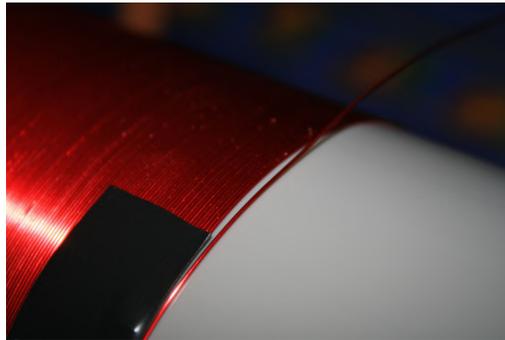


FIGURE 4.30 – "Keep calm and carry on."

xi. En réalité, il aurait fallu utiliser pour c la vitesse de propagation de l'onde dans le cuivre, mais celle-ci reste fort proche de celle que nous avons utilisé [15].

Les très hauts voltages impliqués peuvent générer des arcs inter-spires si la bobine a été incorrectement conçue^{xii}. Il est courant d'appliquer une résine isolante sur la bobine, qui viendra renforcer l'isolation que fournit le polyuréthane qui enrobe le fil. N'ayant pas pu trouver une telle résine, j'ai appliqué de grandes quantités de vernis isolant en spray (le même que celui utilisé sur le condensateur fait maison). Il faut également prendre garde à ce qu'aucune humidité ne s'infilte entre les spires.

Il y a une règle empirique portant sur le rapport entre la hauteur H et le diamètre D de la bobine. On a observé que les meilleures performances s'obtiennent avec un rapport H/D situé entre 3 et 5 [51][46]. Zeus se situe bien avec un rapport de 4 (voir Fig 4.28).

4.4.2 Charge terminale

Le charge terminal agit comme une "plaque" du condensateur charge terminale - terre^{xiii}. Il permet d'ajouter de la capacité au circuit secondaire et fournit une surface où les éclairs pourront jaillir. Il est possible de faire fonctionner une bobine de Tesla sans ce composant, mais les performances en terme de longueur d'arcs sont souvent très médiocres, car alors la majeure partie de l'énergie est dissipée entre les spires de la bobine secondaire au lieu d'alimenter des éclairs [7].

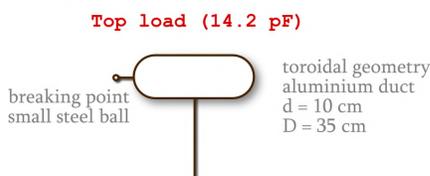


FIGURE 4.31 – Schéma et photo de la charge terminale de Zeus.

Il existe différentes géométries possibles pour la charge terminale, les plus communes étant le tore et la sphère. Calculer la capacité de la charge terminale est compliqué dans le cas général (une collection de formules empiriques est donnée à la ref [13]). Le simulateur JAVATC a donné la valeur suivante :

$$C_s = 14,172 \text{ pF}$$

Nous reviendrons sur la manière de mesurer la capacité du circuit secondaire en temps voulu.

Influence de la géométrie.

La charge terminale est probablement le composant le plus déterminant quant à la longueur finale des éclairs (outre le transformateur bien entendu). Il y a eut beaucoup d'argumentation au sujet de ses dimensions optimales.

xii. Voir 3.3.5 Influence du couplage.

xiii. Voir 3.3.4 Distribution de la capacité dans le circuit secondaire.

D'une manière tout-à-fait générale, une charge terminale physiquement plus grande aura une capacité plus grande. Au regard de la formule (3.57) spécifiant le gain en voltage, on pourrait se dire qu'on a tout intérêt à garder cette capacité aussi petite que possible, puisque la tension à l'extrémité du circuit secondaire décroît lorsque C_s augmente. Toutefois, il se fait que si la capacité de la charge terminale est très faible (ou inexistante), la majorité (resp. la totalité) de la capacité du circuit secondaire est située dans la bobine secondaire elle-même. Dès lors, l'énergie du secondaire est principalement dissipée sous forme de chaleur (entre les spires de la bobine) au lieu de servir à générer des éclairs, car ceux-ci auront beaucoup plus de mal à se former[7].

La géométrie toroïdale est généralement préférée à la géométrie sphérique. Si la charge terminale est une sphère, le champ avoisinant sera plus uniforme et on assistera à la formation de nombreux éclairs simultanés mais de plus petite taille. Par contre, avec une géométrie toroïdale, le champ électrique est plus intense sur le bord extérieure du tore : nous avons des éclairs moins nombreux mais en moyenne plus longs et ils apparaîtront principalement sur ce bord extérieur.

Qu'elle soit sphérique ou toroïdale, le rayon de courbure de la charge terminale augmentera avec sa taille. Or, plus le rayon de courbure est grand en une certaine zone, moins le champ électrique y est intense. Peu d'éclairs peuvent alors se former, et l'énergie disponible pour chacun d'eux sera plus importante. Cela conduit donc à des éclairs plus longs et moins nombreux. Il peut même arriver d'avoir une charge terminale tellement grande (et lisse, voir plus bas) que le champ est trop faible que pour générer un seul éclair [47]. A l'inverse, si le rayon de courbure est trop petit, le champ électrique sera intense é de nombreux endroit et plus d'éclairs pourront se former ; ceux-ci seront plus petits car l'énergie disponible sera distribuée entre tous les éclairs capables de se former. Il y a donc aussi des dimensions optimales à cette charge.

État des surfaces. Un autre paramètre influençant grandement la longueur des éclairs se trouve dans la rugosité de la surface de la charge terminale. Si la surface présente des aspérités ou des irrégularités, le champ électrique avoisinant sera notablement plus intense. Les équations de Maxwell (ou plus précisément la loi de Gauss) permettent en effet de montrer que le champ électrique plus intense près des zones de forte courbure, c'est *l'effet de pointe*.



FIGURE 4.32 – Des éclairs naissant sur des aspérités de la charge terminale tout autour d'elle. Notez l'aigle de Zeus. Pose de 1 s.

Si l'on souhaite spécifiquement obtenir les plus longs éclairs possible, il sera judicieux de choisir une

charge terminale lisse (voir notamment la référence [48]).

Ajout d'une pointe. Afin de forcer la génération d'éclairs en un seul point bien défini (et de fait, avoir des éclairs plus longs), il est possible d'ajouter une pointe à sa charge terminale. Celle-ci fera en sorte que le champ électrique avoisinant sera beaucoup plus intense, toujours par effet de pointe.

Il est préférable que la pointe en question soit une petite sphère plutôt qu'une pointe proprement dite. Cela va permettre à la base de l'éclair de "glisser" dessus, lui permettant ainsi de rester un certain temps pour se développer^{xiv}. En raison de l'augmentation de température dans le chemin d'air ionisé, un éclair aura en effet tendance à s'élever au cours de son existence, ce qui entraîne aussi un déplacement de sa base.



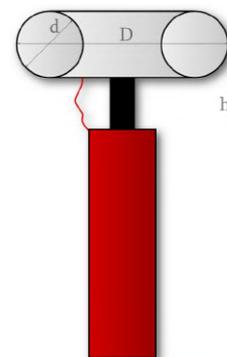
FIGURE 4.33 – Rajouter une pointe permet de forcer les éclairs à sortir à cet endroit. Leur longueur augmente par la même occasion. Pose de 3,2 s.

Détails de la construction.

Une charge terminale à géométrie toroïdale a été utilisée pour Zeus.

Il existe quelques règles empiriques quant à ses dimensions. Appelons d le diamètre mineur du tore et D son diamètre majeur. Il est conseillé que d soit plus ou moins égal au diamètre de la bobine secondaire (ici, 10 cm) et d'avoir un rapport D/d entre 3 et 4.

Le placement du tore est également soumis à certaines contraintes. Si l'on place sa charge terminale trop près de la fin du secondaire, il est possible que son champ électrique "noie" les dernières spires, ce qui résultera en une baisse du voltage final. A l'inverse, si elle est trop haute, son champ électrique ne peut plus protéger les dernières spires et le risque d'arc entre celles-ci augmente, ce qui diminue également les performances. Si nous appelons h la distance qui le sépare de la fin du secondaire, on conseille d'avoir $d \approx h$ [48].



xiv. Voir 3.3.1 Description d'un cycle.

1^e version. Le premier tore que j'ai utilisé sur Zeus avait un diamètre mineur $d = 8$ cm et un diamètre majeur $D = 28$ cm. Sa capacité calculée était de 13,5 pF.

Il est formé à partir d'un tube flexible en aluminium (type buse d'aération). Je l'ai enroulé autour d'une base formée de deux disques, un en bois (au dessus) et un en aluminium (en dessous). Le tore a ensuite été refermé au moyen de papier collant en aluminium.

La connexion de la bobine au tore a été fait avec un connecteur à vis. Sur la photo ci-contre, on peut voir des petites décharges à cet endroit, à cause du caractère rugueux de ces vis.

C'est ce tore qui produisit les tous premiers éclairs de Zeus. Ceux-ci étaient d'une taille modeste, à cause de la trop faible capacité de ce tore. Afin d'améliorer ses performances, Kevin Wilson me suggéra de construire un nouveau tore, plus large.



FIGURE 4.34 – Les premiers éclairs de Zeus. Un grand moment d'émotion. Pose de 1 s.

2^e version. Cette version est la version actuelle présente sur Zeus. J'ai utilisé la même méthode de construction que pour la première version. Seules changent les dimensions générales : $d = 10$ cm, $D = 35$ cm. La tige servant de breaker est fixée avec un aimant en néodyme. La figure 4.33 atteste de la différence flagrante entre les deux charges, en termes de longueur d'arc.

J'ai uniquement du réajuster l'inductance du primaire afin de remettre les deux circuits à résonance, point que nous allons justement aborder maintenant.

4.5 Mise à résonance

La mise à résonance des circuits primaire et secondaire, c'est-à-dire rendre leurs fréquences de résonance identique, est absolument cruciale pour un bon fonctionnement. Nous avons en effet vu à la section 3.2 [Circuit LC](#) qu'un circuit RLC présente la réponse la plus intense lorsqu'il est entraîné à sa fréquence de résonance. Et pour un bon circuit RLC, l'intensité de la réponse diminue brusquement lorsque la fréquence d'entraînement s'écarte de la valeur résonante.

Regardons le cas de Zeus. On calcule la fréquence de résonance du circuit secondaire en fonction de sa capacité C_s et de son inductance L_s selon la bonne vieille formule (3.46), $f = (2\pi\sqrt{L_s C_s})^{-1}$. La capacité totale du circuit secondaire vaut la capacité de la bobine + la capacité de la charge terminale. Toutefois, cela suppose une distribution uniforme du courant, ce qui n'est pas le cas en réalité [43]. Le simulateur JAVATC donne une valeur pour la capacité totale du circuit secondaire en fonctionnement ("Effective shunt capacitance"), à savoir, $C_s = 18,425$ pF. Rappelons également l'inductance du circuit secondaire : $L_s = 13,471$ mH.

Nous obtenons ainsi

$$f_{res} = 319,46 \text{ kHz}$$

Méthodes de mise à résonance.

La mise à résonance est faite en ajustant l'inductance de la spirale primaire, car il s'agit tout simplement du composant le plus facile à ajuster. Il suffit en effet de déplacer la connexion finale le long de la spirale pour varier l'auto-inductance de ce composant.

La méthode la plus simple consiste à effectuer ce réglage par tâtonnement. Pour ce faire, on commence par arrêter le primaire en un point que l'on sait proche du point de résonance, on effectue un essai en évaluant la longueur des éclairs, on déplace ensuite ce point d'un quart de tour en avant ou en arrière et on réobserve le résultat. Finalement, on trouvera le point où les éclairs sont les plus longs. Il s'agit en

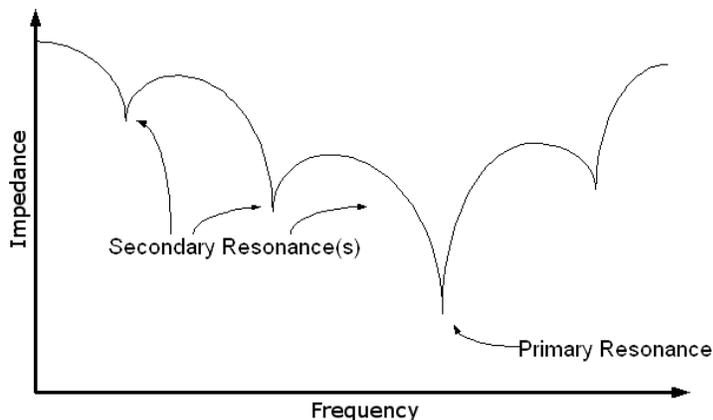


FIGURE 4.35 – En raison du caractère non-idéal des composants, il y a apparition de minimas locaux de l'impédance, qui ne correspondent pas à la vraie fréquence de résonance. [Image : Jamie Oliver]

principe du point qui règle l'inductance primaire de telle sorte que les deux circuits sont à résonance. J'ai utilisé cette méthode pour Zeus et ai arrêté le primaire sur 8,25 tours.

Cette méthode présente toutefois des inconvénients. Celle-ci se base en effet sur le fait que tous les composants utilisés sont idéaux et que la distribution du courant et du voltage sont uniformes. Or, la bobine secondaire présente une capacité distribuée qui est non-négligeable et le courant n'est pas uniforme en son sein. Cela entraîne l'apparition de fréquences de résonances "secondaires" (voir Fig. 4.35), pour lesquelles l'énergie transmise est inférieure à celle qui serait transmise en cas de "vraie" résonance [49]. En effectuant la méthode d'essai-erreur décrite ci-dessus, on peut très bien penser avoir atteint la vraie fréquence de résonance alors qu'on a en fait atteint une fréquence secondaire.

Une méthode plus précise de mise à résonance consiste à analyser la réponse des deux circuits individuellement (dans la même configuration couplée bien entendu, on n'écarte pas physiquement les composants), au moyen d'un générateur de signaux alternatif et d'un oscilloscope. Des méthodes détaillées sont disponibles aux références [50] [49].

Les éclairs eux-mêmes peuvent créer de la capacité supplémentaire [14]. Il est alors conseillé de régler la fréquence de résonance du circuit primaire légèrement plus bas que le secondaire afin de tenir compte de ce surplus. Celui-ci est notable surtout pour les bobines de forte puissance (pouvant produire des éclairs de plus d'un mètre de long) et n'a pas une grande incidence sur Zeus.

4.6 Terre RF

Il s'agit de la terre à laquelle est connectée l'extrémité inférieure de la bobine secondaire. Outre le fait de fixer le potentiel de la base de la bobine, son rôle premier est d'agir comme la seconde "plaque" du condensateur charge terminale - terre. Cela permet de rendre la capacité secondaire moins dépendante de l'environnement immédiat.

Le mieux est d'utiliser un pieu métallique enfoncé dans la terre ; lorsque cette option s'avère impossible, il faut créer sa propre terre. Le moyen le plus simple est d'utiliser une grande plaque métallique placée sous l'appareil. Sa largeur totale devrait être égale à la hauteur de la charge terminale au dessus du sol [?]. Zeus faisant 1,10 m de haut, il faudrait donc une plaque de 2,20 m de large. La plaque que j'ai utilisée ne fait que 1 m de côté, mais semble être suffisante. Elle est formée de 4 panneaux en aluminium de 50 cm de côté, reliés entre eux par du ruban adhésif en aluminium, lui-même recouvert d'adhésif conventionnel pour le protéger des déchirures. Cela rend la plaque pliable pour faciliter le transport.

La plaque de terre de Zeus est formée d'une plaque pleine, mais il est également possible d'utiliser un treillis, le point important est d'avoir une surface conductrice. C'est en fait même mieux, car cela prévient l'apparition de courants de Foucault.



FIGURE 4.36 – Terre RF de Zeus.

4.7 Autres composants

4.7.1 Filtre de protection du NST

Les conditions de fonctionnement d'une bobine de Tesla sont très rudes pour le transformateur. Nous avons vu que celui-ci doit subir des pics de voltage et de tension ainsi que le courant alternatif de haute fréquence circulant dans le primaire. Pour garantir une longue vie au transformateur, il est fortement recommandé de le protéger. Nous avons mentionné plus haut qu'il n'est pas possible d'utiliser un disjoncteur différentiel dans le cadre d'une bobine de Tesla car celui-ci ouvrirait le circuit dès que l'amplification résonante commencerait à se faire sentir, interdisant ainsi toute charge efficace du condensateur.

Terry Fritz a pour cela conçu un filtre de protection du NST spécialement dédié à l'utilisation sur une bobine de Tesla [52]. Il est formé d'un éclateur relié à la terre, de filtres passe-bas et de varistances et se connecte en aval du transformateur. C'est un filtre de ce type que j'ai utilisé pour Zeus.

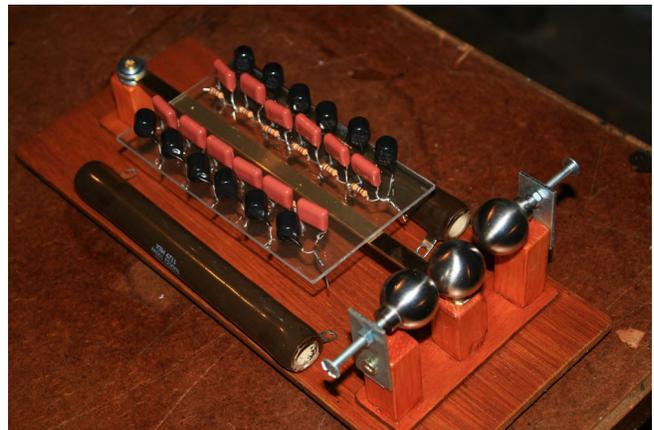
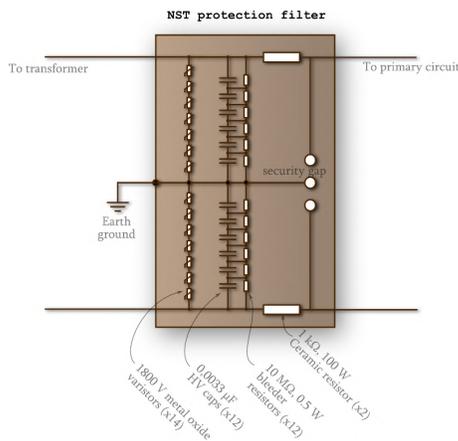


FIGURE 4.37 – Schéma et photo du filtre de protection du NST de Zeus (sans les connexions).

Remarquons que ce filtre n'est vraiment nécessaire qu'avec un NST, en raison de leur fragilité. En effet, les autres types de transformateur (MOT, pole pigs, etc) peuvent supporter sans problème l'utilisation sur une bobine de Tesla [53].

Éclateur. Celui-ci est formé de trois électrodes (voir quatre, une paire par côté), celle du centre est reliée à la terre. Si un pic de voltage trop violent venait à se produire, l'éclateur tire et le courant en question est redirigé vers la terre, épargnant ainsi le transformateur.

Filtre RC passe-bas. Il se trouve juste derrière l'éclateur et est formé d'une résistance en céramique de $1000\ \Omega$ (fiche technique : [54]) et de 12 condensateur haut-voltage de $3,3\ \text{nF}$ chacun (fiche technique : [55]), totalisant ainsi $0,28\ \text{nF}$. Au début, j'ai eu des arcs entre ces résistances et le bois sur lequel elles étaient posées, mais le problème fut réglé en plaçant des plaques de PVC entre les deux. Ici également, des "bleeder resistors" de $10\ \text{M}\Omega$ ont été soudés en parallèle à chaque condensateur ^{xv}.

La présence de la résistance ne provoque pas une grande perte dans l'énergie, puisque celle-ci est proportionnelle au carré du courant et que ce dernier est très faible ($25\ \text{mA rms}$). La perte moyenne par effet Joule est en effet donnée par $P = RI^2 = 0,625\ \text{W}$, ce qui est bien négligeable devant les $225\ \text{Watts}$ fournis. Notez que ces résistances préviennent également que le courant circulant dans le circuit primaire ne revienne dans le transformateur. En effet, puisque la résistance de l'éclateur est négligeable devant la résistance totale du NST et du filtre, lorsque l'éclateur se ferme, il court-circuite pratiquement ces éléments, situés en amont.

En régime sinusoïdal, la fréquence f_c de coupure d'un filtre passe-bas RC représente la fréquence à laquelle l'intensité transmise ne vaut plus que $0,707$ ($\sqrt{1/2}$) fois l'intensité envoyée [56]. On peut montrer que celle-ci est donnée par :

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad (4.16)$$

Nous trouvons ainsi que la fréquence de coupure de ce filtre vaut $568\ \text{kHz}$. Ceci peut paraître insuffisant étant donné que le primaire oscille à $320\ \text{kHz}$, mais c'est sans tenir compte de la présence d'interférences dans le signal (voir la ref [7], "Frequency splitting"), dont la fréquence est beaucoup plus élevée.

Varistances. Des MOVs ("metal oxide varistor" en anglais) viennent compléter le filtre de protection. Ces composants non-linéaires ont la propriété de voir leur résistance chuter significativement au delà d'une certaine tension. Ici, cette tension vaut $1800\ \text{V}$ pour chaque MOV (fiche technique : [57]) en courant continu et $1000\ \text{V}$ en courant alternatif. Puisqu'il y en a 7 en série sur chaque côté, on en déduit que le voltage seuil vaut $7000\ \text{V}$. La différence de potentiel entre un fil du NST et la terre vaut $4500\ \text{V rms}$, autrement dit, d'une amplitude de $6364\ \text{V}$, ce qui est juste en dessous du voltage seuil.

Ces composants servent à protéger le NST des hautes tensions dans le cas où l'éclateur n'aurait pas tiré. Ces composants ne sont pas strictement nécessaires en réalité.

Terre. Le fil central de ce fil ne devrait jamais être connecté à la terre du secteur. En effet, des pics de voltage et de courant ainsi que des interférences radios y seraient envoyés, ce qui représente un danger pour les appareils électroniques connectés au secteur.

Au lieu de cela, il faut plutôt utiliser un pieu planté dans le sol, ou à une large masse si la première option s'avère indisponible.

xv. Ce sont les même que ceux utilisés sur le condensateur primaire. Pour plus de détails, voir [4.2.1 Condensateur - Condensateurs Cornell-Dubilier 942C](#).



FIGURE 4.38 – Le filtre monté sur Zeus, le NST se trouve dans le boîtier sous le filtre.

4.7.2 Condensateur PFC

La puissance moyenne sur une période T d'un courant alternatif est définie comme suit :

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T V(t)I(t) dt \quad (4.17)$$

où la tension et le courant sont par définition, des fonctions sinusoïdales de même fréquence, mais dont la phase et l'amplitude peuvent changer. On peut en outre montrer que :

$$\frac{1}{T} \int_0^T \cos(\omega t - \phi) \cos(\omega t - \psi) dt = \frac{1}{2} \cos(\phi - \psi) \quad (4.18)$$

On voit donc au travers de l'identité (4.18) que la puissance est maximale lorsque la tension et le voltage ne présentent pas de déphasage.

La forte auto-inductance du transformateur provoque un retard du courant sur la tension, ce qui résulte comme nous venons de le voir en une baisse de la puissance moyenne délivrée. Pour contrecarrer cette auto-inductance, et de fait rephaser les sinusoïdes du courant de la tension, on connecte un condensateur en parallèle. Dans un condensateur, c'est en effet la tension qui retarde sur le courant. C'est là le rôle du condensateur PFC ("power factor correction" en anglais).

Le condensateur en question doit être conçu pour fonctionner en continu ("run-type capacitor"), en opposition aux condensateurs conçus pour fonctionner sur de courts intervalles de temps ("start-type capacitor") [58].

On peut montrer que la capacité idéale du condensateur PFC est donnée par :

$$\frac{P}{2\pi f V_{in}^2} \quad (4.19)$$

où

P représente la puissance du transformateur,

f est la fréquence du secteur (50 Hz en Europe),

V_{in} est la tension que reçoit le transformateur du secteur (230 V).



FIGURE 4.39 – Le condensateur PFC de Zeus.

Ceci nous donne une valeur de $13,54 \mu\text{F}$ pour le NST de Zeus. Le condensateur que j'ai utilisé a une capacité de $12 \mu\text{F}$ (fiche technique : [59]).

4.7.3 Filtre anti-IEM de protection de la ligne

Afin de protéger la ligne et tous les appareils électroniques qui y sont connectés des pics de tension/courant et des interférences radios générées dans les circuits de la Tesla, il est recommandé de placer un dernier filtre entre le secteur et le transformateur.

Ces interférences et ces pics sont théoriquement arrêtés par le filtre de protection du NST (situé en aval de celui-ci), mais il vaut mieux ne pas compter entièrement sur un composant fait maison pour protéger l'installation électrique.

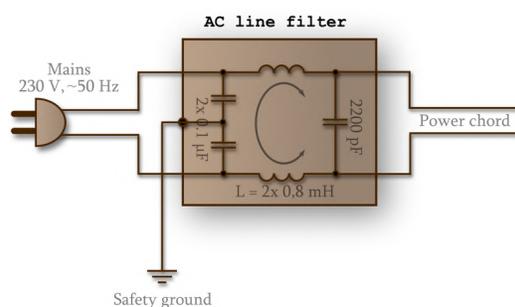


FIGURE 4.40 – Schéma et photo du filtre de protection de la ligne.

Il est conseillé de la placer aussi loin que possible de la bobine de Tesla pour éviter que des courants induits n'apparaissent *en amont* du filtre, amoindrissant ainsi son utilité [60].

4.8 Touche finale



FIGURE 4.41 – La plaque en laiton sur la tablette de l'interrupteur.

Chapitre 5

Nikola Tesla, un esprit en avance sur son temps.

Je laisse ce dernier chapitre à Nikola Tesla lui-même, avec ces quelques citations que j'apprécie et qui illustrent sa manière de penser.

"It is a mere question of time when men will succeed in attaching their machinery to the very wheelwork of nature."
(Experiments with Alternate Current of High Potential and High Frequency, 1892)

"The scientific man does not aim at an immediate result. He does not expect that his advanced ideas will be readily taken up. His work is like that of the planter - for the future. His duty is to lay the foundation for those who are to come, and point the way. He lives and labors and hopes."
(Radio Power Will Revolutionize the World, in Modern Mechanics and Inventions, 1934)

"I have obtained... spark discharges extending through more than one hundred feet and carrying currents of one thousand amperes, electromotive forces approximating twenty million volts, chemically active streamers covering areas of several thousand square feet, and electrical disturbances in the natural media surpassing those caused by lightning, in intensity. Whatever the future may bring, the universal application of these great principles is fully assured, though it may be long in coming. With the opening of the first power plant, incredulity will give way to wonderment, and this to ingratitude, as ever before."
(A means for furthering peace, 1905)



FIGURE 5.1 – Tesla lisant *Theoria Philosophiae Naturalis*, devant la bobine de son traformateur haute-fréquence, East Houston Street, New-York. [Image : Wikimedia Commons]

Annexes

Annexe A

Caractéristiques de la bobine de Tesla

Cette annexe regroupe les résultats de la simulation JAVATC quant aux propriétés des composants individuels.

J A V A T C version 13.0 - CONSOLIDATED OUTPUT
lundi 5 mars 2012 2:08:49

Units = Centimeters
Ambient Temp = 20 Celsius

Secondary Coil Inputs:

Current Profile = G.PROFILE_LOADED
5 = Radius 1
5 = Radius 2
0 = Height 1
40.2 = Height 2
790 = Turns
0.0508 = Wire Diameter

Primary Coil Inputs:

Round Primary Conductor
7 = Radius 1
25 = Radius 2
0 = Height 1
0 = Height 2
8.25 = Turns
1.2 = Wire Diameter
0.01192 = Primary Cap (uF)
30 = Total Lead Length
0.5 = Lead Diameter

Top Load Inputs:

Toroid #1: minor=10, major=36, height=50, topload

Secondary Outputs:

319.46 kHz = Secondary Resonant Frequency
 90 deg = Angle of Secondary
 40.2 cm = Length of Winding
 19.65 cm = Turns Per Unit
 0.00086 mm = Space Between Turns (edge to edge)
 248.19 m = Length of Wire
 4.02:1 = H/D Aspect Ratio
 20.939 Ohms = DC Resistance
 27039 Ohms = Reactance at Resonance
 0.447 kg = Weight of Wire
 13.471 mH = Les-Effective Series Inductance
 14.185 mH = Lee-Equivalent Energy Inductance
 13.831 mH = Ldc-Low Frequency Inductance
 18.425 pF = Ces-Effective Shunt Capacitance
 17.498 pF = Cee-Equivalent Energy Capacitance
 28.809 pF = Cdc-Low Frequency Capacitance
 0.1243 mm = Skin Depth
 14.172 pF = Topload Effective Capacitance
 94.8557 Ohms = Effective AC Resistance
 285 = Q

 Primary Outputs:

317.15 kHz = Primary Resonant Frequency
 0.72 % high = Percent Detuned
 0 deg = Angle of Primary
 829.38 cm = Length of Wire
 1.26 mOhms = DC Resistance
 0.982 cm = Average spacing between turns (edge to edge)
 1.375 cm = Proximity between coils
 2.31 cm = Recommended minimum proximity between coils
 20.842 uH = Ldc-Low Frequency Inductance
 0.01175 uF = Cap size needed with Primary L (reference)
 0.284 uH = Lead Length Inductance
 74.074 uH = Lm-Mutual Inductance
 0.138 k = Coupling Coefficient
 0.129 k = Recommended Coupling Coefficient
 7.25 = Number of half cycles for energy transfer at K
 11.29 us = Time for total energy transfer (ideal quench time)

 Transformer Inputs:

230 [volts] = Transformer Rated Input Voltage
 9000 [volts] = Transformer Rated Output Voltage
 25 [mA] = Transformer Rated Output Current
 50 [Hz] = Mains Frequency
 230 [volts] = Transformer Applied Voltage

 Transformer Outputs:

225 [volt*amps] = Rated Transformer VA
 360000 [ohms] = Transformer Impedence
 9000 [rms volts] = Effective Output Voltage
 0.98 [rms amps] = Effective Transformer Primary Current
 0.025 [rms amps] = Effective Transformer Secondary Current
 225 [volt*amps] = Effective Input VA
 0.0088 [uF] = Resonant Cap Size
 0.0133 [uF] = Static gap LTR Cap Size
 0.0231 [uF] = SRSR LTR Cap Size

14 [uF] = Power Factor Cap Size
12728 [peak volts] = Voltage Across Cap
31820 [peak volts] = Recommended Cap Voltage Rating
0.97 [joules] = Primary Cap Energy
304.4 [peak amps] = Primary Instantaneous Current
55.1 [cm] = Spark Length (JF equation using Resonance Research Corp. factors)
12 [peak amps] = Sec Base Current

Static Spark Gap Inputs:

5 = Number of Electrodes
1.5 [cm] = Electrode Diameter
0.4 [cm] = Total Gap Spacing

Static Spark Gap Outputs:

0.1 [cm] = Gap Spacing Between Each Electrode
12728 [peak volts] = Charging Voltage
12450 [peak volts] = Arc Voltage
36966 [volts] = Voltage Gradient at Electrode
31125 [volts/cm] = Arc Voltage per unit
97.8 [%] = Percent Cp Charged When Gap Fires
10.09 [ms] = Time To Arc Voltage
99 [BPS] = Breaks Per Second
0.92 [joules] = Effective Cap Energy
324949 [peak volts] = Terminal Voltage
92 [power] = Energy Across Gap
58.6 [cm] = Static Gap Spark Length (using energy equation)

Program written by Barton B. Anderson ; <http://www.classictesla.com/java/javatc/javatc.html>

Annexe B

Comportement du signal dans le secondaire

Cette annexe présente le résultat de la simulation JAVATC du comportement du voltage et de la tension en fonction de la hauteur dans la bobine secondaire.

Voltage and Current distribution along the length of the secondary coil.

Length	Voltage	Current
0.00	0.00	11.8
0.3	1755.8	11.9
1	5815.6	11.9
2.5	15548.3	12
4	26395.5	12
5.4	37913.8	12
6.9	49857.5	12
8.4	62077.7	12
9.8	74477.9	12
11.3	86992.7	11.9
12.8	99575.5	11.9
14.2	112191.4	11.9
15.7	124813	11.8
17.2	137417.8	11.8
18.6	149986.4	11.7
20.1	162501.6	11.7
21.6	174947.2	11.6
23	187307.6	11.5
24.5	199566.7	11.4
26	211707.5	11.3
27.4	223710.5	11.2
28.9	235553.2	11.1
30.4	247206.9	11
31.8	258633.7	10.9
33.3	269780.3	10.8
34.8	280567.8	10.7
36.2	290872.9	10.5
37.7	300491.1	10.4
39.2	309046	10.3
39.9	312588.3	10.1
40.2	314120.8	10

Program written by Barton B. Anderson ; <http://www.classictesla.com/java/javatc/javatc.html>

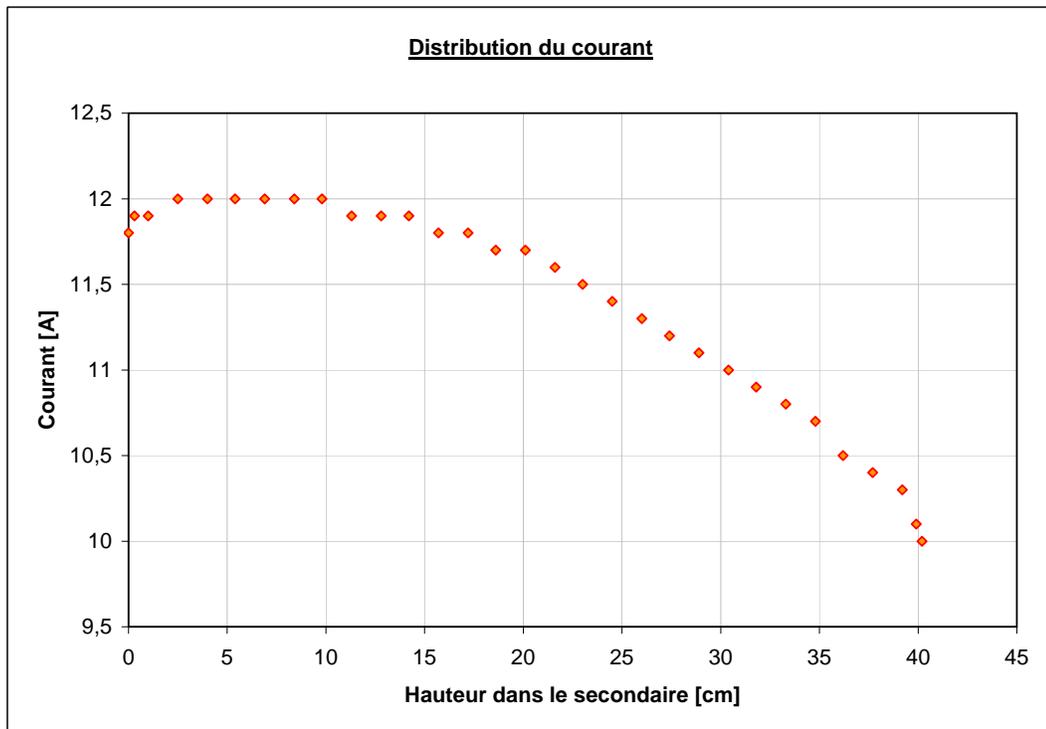
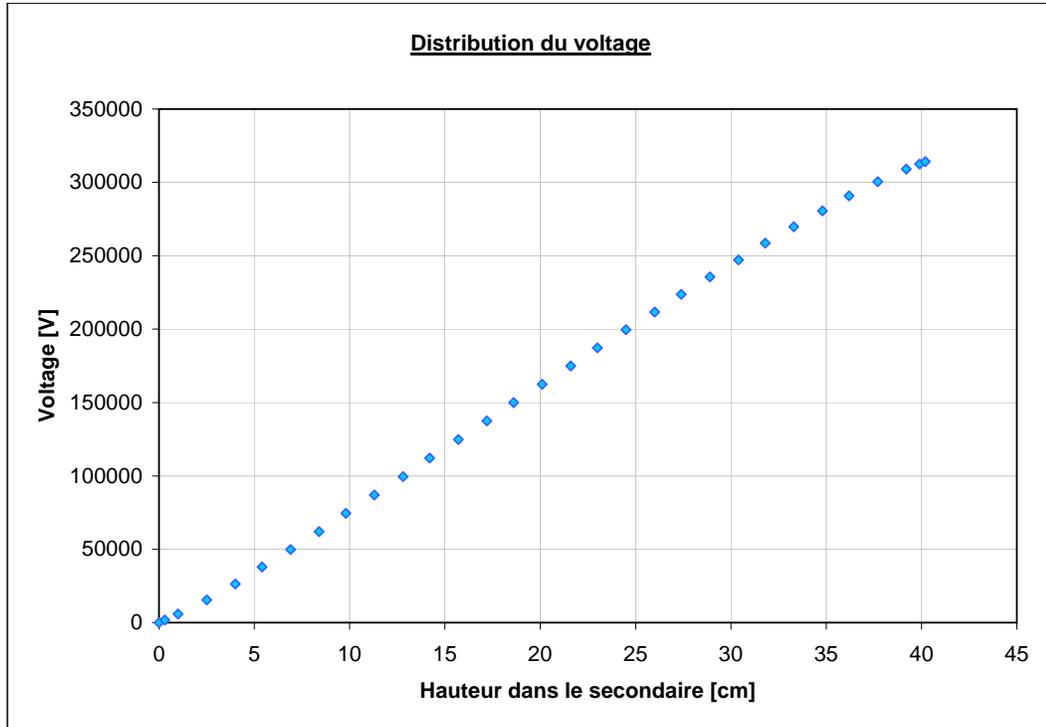


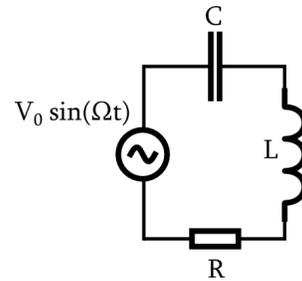
FIGURE B.1 – Graphiques reprenant les données ci-dessus.

Annexe C

Analyse du circuit RLC

Nous nous proposons ici de livrer les grandes lignes de l'analyse mathématique d'un circuit RLC en série avec forçage périodique, tel que celui de la figure 3.10 (repris ci-contre). Ce exposé précise quelque peu les explications qualitatives de la section 3.2.3, et généralise également les résultats obtenus pour le circuit LC.

L'équation décrivant ce système diffère de l'équation (3.24) du circuit LC en ceci qu'on a ajouté une résistance R. La tension aux bornes d'une résistance est donnée par la loi d'Ohm (3.1) $V = RI$. Par la loi de Kirchoff pour les courants, nous savons que le courant $I(t)$ est identique dans toute la maille. Nous avons donc :



$$L\dot{I} + RI + \frac{1}{C} \int I dt = V_0 \sin \Omega t \quad (\text{C.1})$$

ou de manière équivalente :

$$L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{1}{C}Q = V_0 \sin \Omega t \quad (\text{C.2})$$

où nous avons utilisé la relation $I = \frac{dQ}{dt}$.

Cas sous-amorti : $0 < \frac{R}{2L} < \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Solution homogène. Nous regardons d'abord le cas sans forçage. On commence par poser deux quantités qui ont toutes les deux les unités d'une vitesse angulaire :

$$\alpha = \frac{R}{2L} \quad (\text{C.3})$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{C.4})$$

L'équation (C.1) se réécrit donc

$$\ddot{Q} + 2\alpha\dot{Q} + \omega^2 Q = 0 \quad (\text{C.5})$$

On résolvant cette équation avec la méthode du polynôme caractéristique, on trouve :

$$Q_h(t) = e^{-\alpha t} \left[Q_0 \cos \hat{\omega} t + \left(\frac{I_0 + Q_0 \alpha}{\hat{\omega}} \right) \sin \hat{\omega} t \right] \quad (\text{C.6})$$

avec $\hat{\omega} = \sqrt{\omega^2 - \alpha^2}$

où Q_0 et I_0 représente respectivement la charge et le courant à l'instant $t = 0$.

On voit qu'en régime libre, on a affaire à des *oscillations dont l'amplitude décroît exponentiellement avec le temps*, contrairement au circuit LC où l'amplitude restait constante. On remarque également que la vitesse angulaire naturelle des oscillations est "décalée" par rapport à celle du circuit LC (page 9), $\omega = 1/\sqrt{LC}$. Notons enfin qu'à la limite où le terme d'atténuation α tend vers 0, on retrouve la solution du circuit LC (formule (3.22), où nous avons en plus posé $I_0 = 0$).

On trouve le courant $I(t)$ en dérivant (C.5) par rapport au temps.

Solution générale. On peut vérifier que la solution suivante est une solution particulière de (C.1) :

$$Q_p(t) = V_0 \frac{-2\alpha\Omega \sin \Omega t + (\omega^2 - \Omega^2) \cos \Omega t}{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4\Omega^2\alpha^2} \quad (\text{C.7})$$

La solution générale est donc :

$$Q(t) = e^{-\alpha t} \left[Q_0 \cos \hat{\omega} t + \left(\frac{I_0 + Q_0\alpha}{\hat{\omega}} \right) \sin \hat{\omega} t \right] + V_0 \frac{-2\alpha\Omega \sin \Omega t + (\omega^2 - \Omega^2) \cos \Omega t}{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4\Omega^2\alpha^2} \quad (\text{C.8})$$

On voit ici que le terme $4\Omega^2\alpha^2$ présent au dénominateur du dernier terme de (C.7) prévient le comportement asymptotique observé en $\omega = \Omega$ sur le circuit LC. Cela explique la différence entre les Figs 3.9 et 3.11 : les oscillations restent bornées quoi qu'il arrive dans un circuit RLC. Remarquons également que, bien que la fréquence de résonance naturelle du circuit RLC $\hat{\omega} = \sqrt{\omega^2 - \alpha^2}$ est différente de celle du circuit LC, la fréquence de résonance en régime forcé reste la même dans les deux circuits : le dernier terme de (C.7) est en effet maximal pour $\Omega = \omega$ et non $\hat{\omega}$.

Le courant $I(t)$ est obtenu en dérivant (C.7) par rapport au temps.

Cas sur-amorti $0 < \frac{1}{\sqrt{LC}} < \frac{R}{2L}$.

Maintenant que le terme α d'atténuation est supérieur au terme ω d'oscillation, le discriminant du polynôme caractéristique de (C.1) est positif et la solution est une somme d'exponentielles réelles et non plus imaginaires. Quant à la solution particulière (C.6), elle n'est pas affectée par ce changement. Écrivons donc directement la solution générale :

$$Q(t) = e^{-\alpha t} \left[Q_0 \cosh \hat{\omega} t + \left(\frac{I_0 + Q_0\alpha}{\hat{\omega}} \right) \sinh \hat{\omega} t \right] + V_0 \frac{-2\alpha\Omega \sin \Omega t + (\omega^2 - \Omega^2) \cos \Omega t}{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4\Omega^2\alpha^2} \quad (\text{C.9})$$

Le système n'effectue aucune oscillation.

Cas où $\frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{R}{2L}$.

Il reste en principe un troisième cas, dit *critiquement amorti*, où l'on a $\frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{R}{2L}$. Cette situation intermédiaire est extrêmement rare en pratique. On ne trouve dans ce cas qu'une seule racine au polynôme caractéristique et la solution en régime libre présente la forme suivante :

$$Q_h(t) = (K_1 + K_2 t) e^{-\omega t} \quad (\text{C.10})$$

où K_1 et K_2 sont les constantes d'intégration, que l'on peut exprimer en fonction des conditions initiales.

Voir aussi

- Ron Cummings, College of the Redwoods, *RLC Circuit*, 1997,
<http://online.redwoods.cc.ca.us/instruct/darnold/deproj/Sp97/Ron/ronproj.pdf>.

Annexe D

Analyse de deux circuits oscillants inductivement couplés

Livrons-nous ici à une analyse mathématique rapide du système formé de deux circuits oscillants magnétiquement couplés. Nous verrons d'abord le cas idéalisé de deux circuits LC couplés, puis celui de deux circuits RLC couplés. Le but est de voir les équations différentielles décrivant raisonnablement bien le comportement de la bobine de Tesla elle-même.

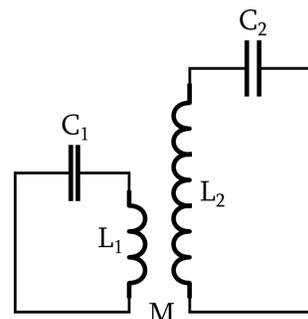
Nous ne regardons que les cas homogènes puisque lorsque l'éclateur se ferme, le générateur de tension alternative est quasiment court-circuité et les oscillations sont libres.

D.1 Deux circuits LC couplés

Le circuit que nous nous apprêtons à étudier est celui de la figure ci-contre, qui ressemble en tout point au schéma de base d'une bobine de Tesla idéale (Fig. 3.13). L'inductance et la capacité du circuit primaire valent respectivement L_1 et C_1 , celles du secondaire L_2 et C_2 . L'inductance mutuelle entre les deux inductances vaut M .

La loi de Kirchoff pour les courants indique que le courant est partout le même dans la maille primaire, nous le noterons I_1 . Même constat pour la maille secondaire, où nous noterons le courant I_2 ⁱ

En vertu de l'expression différentielle des composants, le système décrivant le cas ci-présent est le suivant :



$$\begin{cases} L_1 \dot{I}_1 + M \dot{I}_2 + \frac{1}{C_1} \int I_1 dt = 0 \\ L_2 \dot{I}_2 + M \dot{I}_1 + \frac{1}{C_2} \int I_2 dt = 0 \end{cases} \quad (\text{D.1})$$

i. Nous savons toutefois que, en principe, nous ne pouvons pas appliquer les lois de Kirchoff telles qu'elles dans le cas d'une bobine de Tesla, étant donné que les dimensions du circuit secondaire ne sont pas négligeables devant la longueur d'onde du signal, mais les résultats que nous obtiendrons permettent toutefois d'avoir une bonne idée de ce que se passe.

que nous réécrivons sous une forme plus sympathique :

$$\boxed{\begin{cases} L_1\ddot{Q}_1 + M\ddot{Q}_2 + \frac{1}{C_1}Q_1 = 0 \\ L_2\ddot{Q}_2 + M\ddot{Q}_1 + \frac{1}{C_2}Q_2 = 0 \end{cases}} \quad (\text{D.2})$$

Nous allons résoudre ce système avec les conditions initiales suivantes :

$$\begin{aligned} Q_1(0) &= Q, \quad \dot{Q}_1(0) = 0 \\ Q_2(0) &= 0, \quad \dot{Q}_2(0) = 0 \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

qui correspondent au cas où seul le condensateur primaire est chargé ($Q = C_1V$), sans aucun courant dans les circuits ni de charge dans le condensateur secondaire, comme dans une bobine de Tesla. En résolvant ce système avec un logiciel de calcul formel, nous obtenons :

$$Q_1(t) = \frac{Q}{4\omega^2} e^{-(u+v)t} \left[(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega^2) (e^{ut} + e^{(u+2v)t}) + (-\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega^2) (e^{vt} + e^{(2u+v)t}) \right] \quad (\text{D.4})$$

$$Q_2(t) = \frac{Qk^2}{2C_1\omega^2} [e^{-ut} + e^{ut} - (e^{-vt} + e^{vt})] \quad (\text{D.5})$$

où nous avons posé :

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1L_2}} \quad (\text{D.6})$$

$$\omega_i = \frac{1}{\sqrt{L_iC_i}} \quad (i = 1, 2) \quad (\text{D.7})$$

$$\omega^2 = \sqrt{\omega_1^4 + \omega_2^4 + 2(2k^2 - 1)\omega_1^2\omega_2^2} \quad (\text{D.8})$$

$$u = \sqrt{\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega^2}{2(k^2 - 1)}} \quad (\text{D.9})$$

$$v = \sqrt{\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega^2}{2(k^2 - 1)}} \quad (\text{D.10})$$

k représente la constante de couplage entre les circuits primaire et secondaire (dont nous avons parlé à la section 3.3.5 [Influence du couplage](#)), dont on vérifie que c'est une quantité sans dimension. On peut montrer que :

$$0 < k < 1 \quad (\text{D.11})$$

Le cas $k = 0$ n'a pas de sens car il implique que les deux circuits n'interagissent pas et le cas $k = 1$ n'est physiquement jamais réalisable.

ω_1 et ω_2 représentent respectivement la pulsation de résonances du circuit primaire et secondaire, ω a ainsi également les dimensions d'une pulsation. On a en outre que, en vertu de (D.11),

$$\omega^2 < \sqrt{\omega_1^4 + \omega_2^4 + 2\omega_1^2\omega_2^2} \quad (\text{D.12})$$

$$< \omega_1^2 + \omega_2^2 \quad (\text{D.13})$$

u et v ont également les dimensions de pulsations. On peut en outre voir que ce sont des imaginaires purs. En effet, le numérateur est positif pour les deux constantes (en vertu de (D.13)) alors que le dénominateur est négatif dans les deux cas (D.11). Nous donc réécrire u et v de la manière suivante :

$$u = -i\sqrt{\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega^2}{2(1-k^2)}} \quad (\text{D.14})$$

$$v = -i\sqrt{\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega^2}{2(1-k^2)}} \quad (\text{D.15})$$

Nous en concluons que les expressions (D.4) et (D.5) sont des solutions *oscillantes*, celles-ci étant des sommes d'exponentielles imaginaires.

Cas $\omega_1 = \omega_2$.

Nous n'avons jusqu'à présent fait aucune hypothèse sur les deux circuits. Nous allons à présent traiter le cas où *les deux circuits sont à résonance*, comme c'est le cas sur une bobine de Tesla. Lorsque $\omega_1 = \omega_2$ beaucoup de choses se simplifient et la forme globale du signal devient plus facile à se représenter.

Nous avons dans ce cas :

$$\omega^2 = 2k\omega_2^2 \quad (\text{D.16})$$

$$u = i\frac{\omega_2}{\sqrt{1+k}} \equiv i\tilde{u} \quad (\text{D.17})$$

$$v = -i\frac{\omega_2}{\sqrt{1-k}} \equiv i\tilde{v} \quad (\text{D.18})$$

Les solutions (D.4) et (D.5) deviennent alors

$$Q_1(t) = \frac{Q}{4} \left[e^{-ut} + e^{ut} + e^{-vt} + e^{vt} \right] \quad (\text{D.19})$$

$$Q_2(t) = \frac{Qk}{4C_1\omega_2^2} \left[e^{-ut} + e^{ut} - (e^{-vt} + e^{vt}) \right] \quad (\text{D.20})$$

Si le couplage est faible $k \ll 1$, \tilde{u} est proche de \tilde{v} et on a $(\tilde{u} - \tilde{v}) \ll (\tilde{u} + \tilde{v})$. On voit alors aisément que les expressions (D.19) et (D.20) représentent un *battement*. En effet, en appliquant la formule d'Euler, nous avons :

$$Q_1(t) = \frac{Q}{4} \left[\cos \tilde{u}t + \cos \tilde{v}t \right] \quad (\text{D.21})$$

$$= \frac{Q}{2} \left[\cos \left(\frac{\tilde{u} + \tilde{v}}{2}t \right) \cos \left(\frac{\tilde{u} - \tilde{v}}{2}t \right) \right] \quad (\text{D.22})$$

$$Q_2(t) = \frac{Qk}{4C_1\omega_2^2} \left[\cos \tilde{u}t - \cos \tilde{v}t \right] \quad (\text{D.23})$$

$$= \frac{-Qk}{2C_1\omega_2^2} \left[\sin \left(\frac{\tilde{u} + \tilde{v}}{2}t \right) \sin \left(\frac{\tilde{u} - \tilde{v}}{2}t \right) \right] \quad (\text{D.24})$$

Les graphes de $Q_1(t)$ et $Q_2(t)$ représentés ci-dessous correspondent bien à ce à quoi nous nous attendions. La seule différence avec la Figure 3.20 (page 18) est l'absence de décroissance exponentielle de l'enveloppe. Elle n'apparaît pas ici car nous avons considéré des circuits LC idéaux où la résistance est nulle.

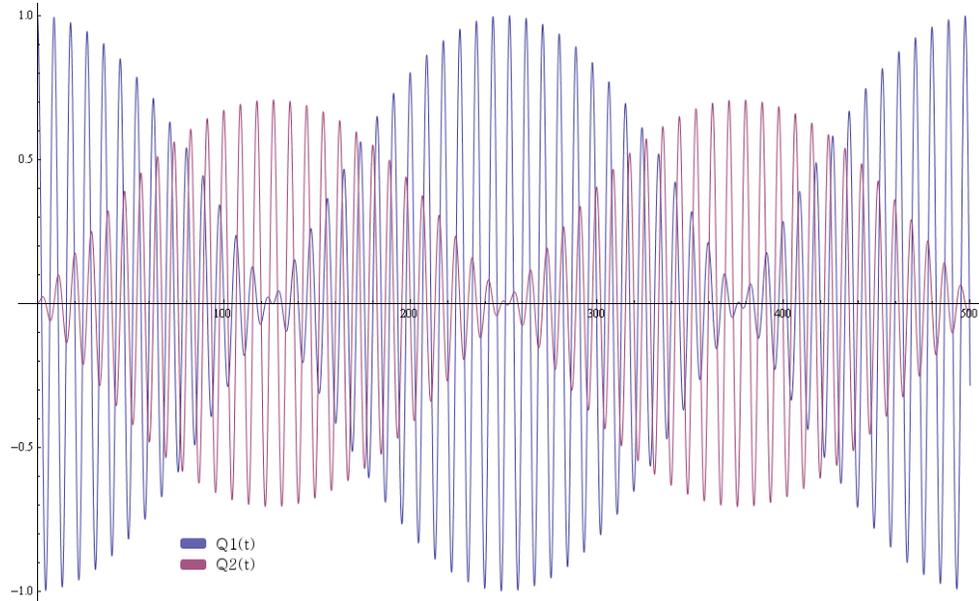


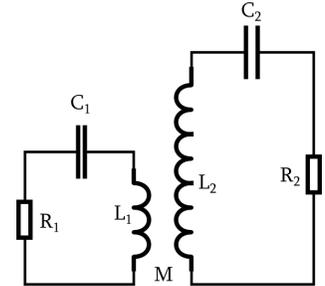
FIGURE D.1 – Graphes de $Q_1(t)$ et $Q_2(t)$ avec $Q = 1$; $\omega_1 = \omega_2 = 0,5$; $\frac{M}{L_1} = 0,05$; $\frac{M}{L_2} = 0,025$.

D.2 Deux circuits RLC couplés

Dans ce cas, nous considérons que la résistance des deux circuits est non-nulle et la représentons par une résistance placée en série. Le circuit que nous allons traiter est représenté ci-contre. Comme précédemment, nous appelons I_1 le courant circulant dans le circuit primaire et I_2 celui circulant dans le secondaire.

En vertu de l'expression différentielle des composants, le système décrivant le cas ci-présent est le suivant :

$$\begin{cases} L_1 \dot{I}_1 + M \dot{I}_2 + R_1 I_1 + \frac{1}{C_1} \int I_1 dt = 0 \\ L_2 \dot{I}_2 + M \dot{I}_1 + R_2 I_2 + \frac{1}{C_2} \int I_2 dt = 0 \end{cases} \quad (\text{D.25})$$



ou en terme des charges dans les condensateurs :

$$\begin{cases} L_1 \ddot{Q}_1 + M \ddot{Q}_2 + R_1 \dot{Q}_1 + \frac{1}{C_1} Q_1 = 0 \\ L_2 \ddot{Q}_2 + M \ddot{Q}_1 + R_2 \dot{Q}_2 + \frac{1}{C_2} Q_2 = 0 \end{cases} \quad (\text{D.26})$$

En fait, il se trouve que la solution de ce système ne peut pas être exprimée sous forme analytique (voir l'article ci-dessous), même dans le cas où l'on considère d'emblée que les deux circuits sont à résonance. Ce système doit donc être résolu numériquement.

Nous demandons ainsi à un logiciel de calcul formel de calculer numériquement ces fonctions avec les mêmes conditions initiales que précédemment (voir (D.3)) et d'en représenter les graphes :

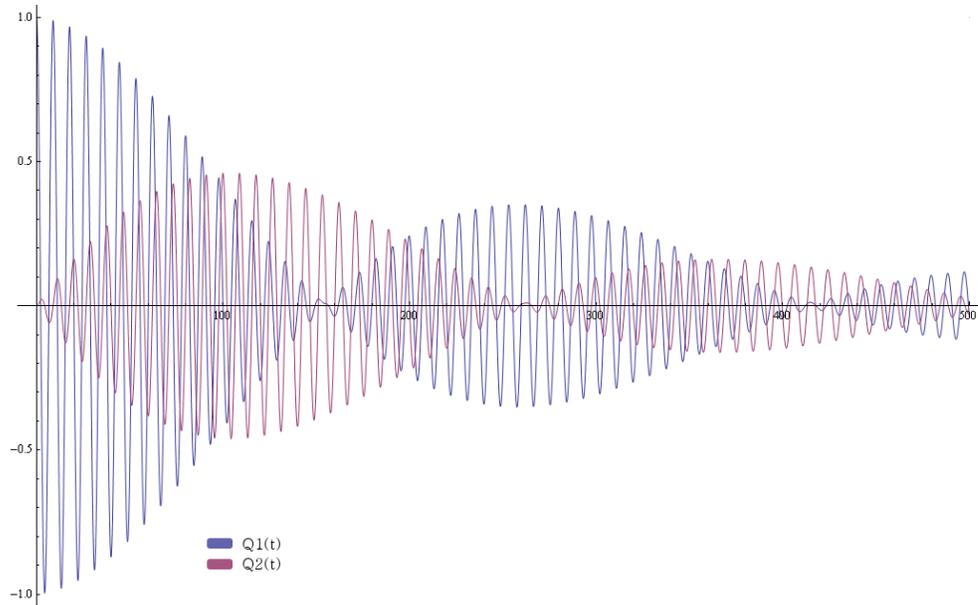


FIGURE D.2 – Graphes de $Q_1(t)$ et $Q_2(t)$ avec $Q = 1$; $\omega_1 = \omega_2 = 0,5$; $\frac{M}{L_1} = 0,05$; $\frac{M}{L_2} = 0,025$; $\frac{R_1}{L_1} = 0,001$; $\frac{R_2}{L_2} = 0,015$.

L'influence des résistances a été volontairement exagérée afin de la mettre bien en évidence. On voit ainsi que, outre le fait que les oscillations poursuivent une décroissance exponentielle dans le temps, les nouveaux termes en la dérivée première de la charge déforment les enveloppes et les décalent les unes par rapport aux autres : les noeuds du primaire ne correspondent plus exactement aux ventres du secondaire et vice-versa. Le décalage entre les noeuds du secondaire et les ventres du primaire est cependant moins visible car nous avons considéré que la résistance du primaire est faible devant celle du secondaire. C'est en effet dans le circuit secondaire que la majeure partie de l'énergie est dissipée.

Voir aussi

- Marco Denicolai, *Optimal performances for tesla transformers*, Review of scientific instruments 73, Number 9 September 2002,
http://rsi.aip.org/resource/1/rsinak/v73/i9/p3332_s1.

Références

- [1] English Wikipedia. *Nikola Tesla*, http://en.wikipedia.org/wiki/Nikola_Tesla, consulté le 01/02/12.
- [2] English Wikipedia. *LC circuit*, http://en.wikipedia.org/wiki/Lc_circuit, consulté le 02/02/12.
- [3] Joel Feldman, Mathematics Department, University of British Columbia. *The RLC Circuit*, www.math.ubc.ca/~feldman/m101/RLC.pdf
- [4] Harvey Mudd College, Engeneering Departement. *Series and Parallel Resonance*, <http://fourier.eng.hmc.edu/e84/lectures/ch3/node8.html>, consulté le 03/02/12.
- [5] TechLib. *Q-factor*, <http://www.techlib.com/reference/q.htm>, consulté le 03/02/12.
- [6] All About Circuits. *Q and bandwidth of a resonant circuit*, http://www.allaboutcircuits.com/vol_2/chpt_6/6.html, consulté le 03/02/12.
- [7] Richard Burnett. *Operation of the Tesla Coil*, <http://www.richieburnett.co.uk/operation.html> et <http://www.richieburnett.co.uk/operatn2.html>
- [8] Matt Behrend. *How a Tesla Coil works*, <http://tayloredge.com/reference/Machines/TeslaCoil.pdf>
- [9] Herbert Mehlhose. *Herb's Tesla Coil Page*, http://home.wtal.de/herbs_teslapage/design.html
- [10] Marco Denicolai. *Tesla Transformer for Experimentation and Research*, <http://www.saunalahti.fi/dnrcrc1/lthesis.pdf>
- [11] Marco Denicolai. *Tesla coil tuning*, <http://www.saunalahti.fi/dnrcrc1/tuning.zip>
- [12] Jamie Oliver. *The Coil in a "Magnifier" Vs. Conventional configuration*, <http://www.frontiernet.net/~tesla/html/magnifier.html>
- [13] Kevin Wilson. *Top Load*, <http://www.teslacoildesign.com/#topload>
- [14] Tesla's Legacy. *Tuning*, <http://www.hvtesla.com/tuning.html>
- [15] Ronold W. P. King, Harry Rowe Mimno, Alexander H. Wing. *Transmission lines, Antennas and Wave guides* (McGraw-Hill 1945).
- [16] All About Circuits. *Standing waves and resonance*, http://www.allaboutcircuits.com/vol_2/chpt_14/6.html, consulté le 14/02/12.
- [17] Bart Anderson. *JAVATC*, <http://www.classictesla.com/java/javatc/javatc.html>
- [18] Bart Anderson. *JAVATC - Spark length*, <http://www.classictesla.com/java/script/stg11.html>, <http://www.classictesla.com/java/script/xo12.html>.
- [19] Richard Burnett. *Resonant charging*, <http://www.richieburnett.co.uk/resonant.html#resonant1>
- [20] Kevin Wilson. *Primary Capacitors (MMC)*, <http://www.teslacoildesign.com/#primarycapacitors>

- [21] English Wikipedia. *Dissipation factor*, en.wikipedia.org/wiki/Dissipation_factor, consulté le 17/02/12.
- [22] Radio-Electronics. *Capacitor ESR, Dissipation Factor, Loss Tangent and Q*, <http://www.radio-electronics.com/info/data/capacitor/esr-df-loss-tangent-q-tutorial-basics.php>
- [23] The Physics Factbook. *Dielectric Strength of Polyethylene*, <http://hypertextbook.com/facts/2009/CherryXu.shtml>
- [24] Wolfram|Alpha. <http://www.wolframalpha.com/>
- [25] English Wikipedia. *Dielectric strength*, http://en.wikipedia.org/wiki/Dielectric_strength, consulté le 17/02/12.
- [26] Steeve Bell. *DeepFriedNeon - Coil Components*, http://deepfriedneon.com/tesla_frame3.html
- [27] Herbert Mehlhose. *My Coil Page*, http://home.wtal.de/herbs_teslapage/mycoil.html#my-2cap
- [28] Jochen Kronjaeger. *Plate stack capacitor*, <http://www.kronjaeger.com/hv/hv/comp/cap/caps.html#stack>
- [29] Cornell Dubiler Electronics. *Type 942C, Polypropylene Capacitors, for High Pulse, Snubber*, <http://www.cde.com/catalogs/942C.pdf>
- [30] Terry Firtz. *Lifetime of CD942C20P15K is ≈ 75 hours*, <http://www.pupman.com/listarchives/2005/Sep/msg00917.html>
- [31] Carbon Film Resistors *General Type ; Normal & Miniature Style [CFR Series]*, http://www.yageo.com/documents/recent/Leaded-R_CFR_2011.pdf
- [32] Ohmite Mfg. Co. *TEH100 Series*, <http://www.ohmite.com/catalog/pdf/teh100.pdf>
- [33] Kevin Wilson. *Calculations*, <http://www.teslacoildesign.com/#calculations>
- [34] Kevin Wilson. *Primary Coil*, <http://www.teslacoildesign.com/#primarycoil>
- [35] English Wikipedia. *Skin effect*, http://en.wikipedia.org/wiki/Skin_effect, consulté le 22/02/12.
- [36] Richard Burnett. *Static spark gap analysis*, <http://www.richieburnett.co.uk/static.html>
- [37] The Physics Factbook. *Dielectric Strength of Air*, <http://hypertextbook.com/facts/2000/AliceHong.shtml>
- [38] Philip Tuck. *'Sucker spark gap' Mk 2*, http://www.hvtesla.com/sucker_gap.html
- [39] Kevin Wilson. *Spark Gap*, <http://www.teslacoildesign.com/#sparkgap>
- [40] Altair. *The Altair Flexigap*, <http://www.altair.org/projects/flexigap.gif>
- [41] Bart Anderson. *JAVATC - Fraga AC Resistance*, <http://www.classictesla.com/java/javatc/script/outRac.html>
- [42] Bart Anderson. *JAVATC - Effective Series Inductance*, <http://www.classictesla.com/java/javatc/script/out9.html>
- [43] Bart Anderson. *JAVATC - Effective Shunt Capacitance*, <http://www.classictesla.com/java/javatc/script/out12.html>
- [44] Bart Anderson. *JAVATC - Q factor*, <http://www.classictesla.com/java/javatc/script/outQ.html>
- [45] Kevin Wilson. *Secondary Coil*, <http://www.teslacoildesign.com/#secondarycoil>
- [46] Bart Anderson. *JAVATC - H/D Aspect Ratio*, <http://www.classictesla.com/java/javatc/script/out5.html>
- [47] Richard Brunett. *Tesla coil components - Toroid*, <http://www.richieburnett.co.uk/parts2.html#toroid>

- [48] Philip Tuck. *A new 8.5 x 34.5 Toroid for the 'Phoenix'*, http://www.hvtesla.com/toroid_2.html
- [49] Jamie Oliver. *How to tune a Tesla coil*, <http://www.frontiernet.net/~tesla/html/tuneacoil.htm>
- [50] Tesla's Legacy. *Oscilloscope tuning for Tesla coil resonance*, <http://www.hvtesla.com/tuning.html>
- [51] Kevin Wilson. *Grounding*, <http://www.teslacoildesign.com/#grounding>
- [52] Kevin Wilson. *NST filter protection*, <http://www.teslacoildesign.com/#nstprotection>
- [53] Philip Tuck. *The Terry Filter*, <http://www.hvtesla.com/terry.html>
- [54] Ohmite Mfg. Co. *270 Series*, http://www.ohmite.com/catalog/pdf/270_series.pdf
- [55] Panasonic. *ECWH(V) Series*, <http://industrial.panasonic.com/www-cgi/jvcr13pz.cgi?E+PZ+3+ABD0025+ECWH16332JV+7+WW>
- [56] All About Circuits. *Low-pass filters*, http://www.allaboutcircuits.com/vol_2/chpt_8/2.html, consulté le 10/03/12.
- [57] Panasonic. *"ZNR" Transient/surge absorbers*, <http://industrial.panasonic.com/www-data/pdf/AWA0000/AWA0000CE2.pdf>
- [58] Kevin Wilson. *PFC capacitors*, <http://www.teslacoildesign.com/#pfccapacitors>
- [59] Panasonic. *PMF Series*, <http://media.digikey.com/pdf/Data%20Sheets/Panasonic%20Capacitors%20PDFs/SPU25%20DRY%20FILM%20CAP%20250V.pdf>
- [60] Kevin Wilson. *Line filters*, <http://www.teslacoildesign.com/#linefilters>

Bibliographie

Brevet de Nikola Tesla

- Nikola Tesla, *Apparatus for transmitting electrical energy*. US Patent n° 1119732 (US Patents Office, 1914). En ligne sur *Google Patents* :
<http://www.google.com/patents?vid=1119732>

Mémoires et rapports

- Marco Denicolai, *Tesla Transformer for Experimentation and Research*.
<http://www.saunalahti.fi/dncmrc1/lthesis.pdf>
- United States Navy (USN), *VLF/LF High-Voltage Design and Testing*.
<http://www.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a526052.pdf>
- Matt Behrend, *How a Tesla Coil works*.
<http://tayloredge.com/reference/Machines/TeslaCoil.pdf>

Sites web

- Tesla coil Design, Contruction and Operation Guide -Kevin Wilson.
<http://www.teslacoildesign.com>
Explications complètes de l'ensemble des composants d'une bobine de Tesla, excellente référence.
- Richard Burnett's Tesla Coil Webpage.
<http://www.richieburnett.co.uk/tesla.shtml>
Théorie et analyse des composants. La meilleure référence concernant la théorie d'opération.
- Classic Tesla -Bart Anderson.
<http://www.classictesla.com>
Comprend une page Java effectuant tous les calculs de manière rigoureuse.
- Tesla's Legacy - Philip Tuck.
<http://www.hvtesla.com/index.html>
Excellentes explications sur la construction et théorie.
- Herb's Tesla Coil Page.
http://home.wtal.de/herbs_teslapage/index.html
Explications détaillées concernant la construction (incluant les condensateurs à plaques artisanaux).
- DeepFriedNeon -Steve Bell.
http://deepfriedneon.com/tesla_frame0.html
Bon site sur la construction.
- Tesla Coil Mailing List.
<http://www.pupman.com>
Offre la possibilité de communiquer par e-mail avec des experts en bobines de Tesla. Comprend aussi des archive de toutes les discussions.

- Tesla Coil Grounding -Jim Lux.
<http://home.earthlink.net/~jimlux/hv/tcground.htm>
Explications sur la manière de mettre une bobine de Tesla à la terre.
- Jochen's High Voltage Page, Capacitors.
<http://www.kronjaeger.com/hv/hv/comp/cap/index.html>
Détails sur la construction de condensateurs artisanaux.

Ouvrages

- Mitch Tilbury, *The Ultimate Tesla Coil Design and Construction Guide* (McGraw-Hill, 2008). En ligne sur *issuu* :
http://issuu.com/theresistance/docs/-np--the-ultimate-tesla-coil-desig_20101219_062111